STOCKHOLMS UNIVERSITET
Statistiska institutionen
Jessica Franzén

TENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 1

2016-09-28

Skrivtid: 15.00-20.00
Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon.
Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1. (20 poäng)
Från flygplatsen i Malmö har SAS 15 dagliga avgångar medan övriga flygbolag har 10 dagliga avgångar. En vinterdag med oväder blev vissa avgångar från Malmö försenade. Sannolikheten att en slumpmässig SAS-avgång skulle vara försenad var 0.20, medan motsvarande sannolikhet för de övriga flygbolagen var 0.30. Följande händelser definieras

$$\begin{aligned} S &= \text{ett slumpmässigt valt flygplan är ett SAS-plan} \\ F &= \text{ett slumpmässigt valt flygplan är försenat} \end{aligned}$$

a) Ange sannolikheterna $P(S)$, $P(\overline{S})$, $P(F|S)$ och $P\left(F|\overline{S}\right)$

b) Vad är sannolikheten att ett slumpmässigt valt avgående plan är försenat?

c) Vad är sannolikheten att ett slumpmässigt valt avgående plan som är försenat är ett SAS-plan?

d) Vad är sannolikheten att ett slumpmässigt valt avgående plan som är i tid är ett SAS-plan?

Uppgift 2. (20 poäng)
Företaget Catellus handlas i stor omfattning på börsen. Förändringen av värdet i kronor på Catellus-aktien under en börsdag dvs från börsens öppning till börsens stängning, antas vara en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 0.6 och standardavvikelsen 3.

a) Vad är sannolikheten att Catellus-aktiens ökar i värde (förändringen av värdet är större än 0) under en börsdag?

b) Under ett kvartal bestående av totalt 64 börsdagar, vad är sannolikheten att Catellus-aktien ökar i värde minst 40 av dessa 64 börsdagar?

c) Vad är förväntat antal dagar som Catellus-aktien ökar sitt värde under en arbetsvecka bestående av 5 börsdagar?

Uppgift 3 (20 poäng)
Tiden det tar för en student att lösa ett specifikt tentatal är normalfördelad med väntevärde 32 minuter och standardavvikelse 8 minuter.

a) Vad är sannolikheten att en slumpmässigt vald student kommer behöva mer än 30 minuter för att lösa tentatalet?

b) Med sannolikheten 0.05 spenderar en student mer än t minuter på att lösa tentatalet. Bestäm antalet minuter t. Avrunda svaret uppåt till antalet hela minuter.

c) Man väljer slumpmässigt ut 10 studenter. Vad är sannolikheten att minst 7 av dem behöver mer än 30 minuter att lösa tentatalet?

Uppgift 4. (20 poäng)
Antag att antal förseningar per timme på en flygplats följer sannolikhetsfördelningen i tabellen nedan.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X = x)$	0.1	0.08	0.07	0.15	0.12	0.08	0.1	0.12	0.08	0.1

a) Bestäm fördelningsfunktionen $F(x)$ för antal förseningar.

b) Vad är sannolikheten att det blir minst tre men högst sju förseningar under en timme.

c) Bestäm väntevärdet för antalet förseningar per timme.

Fördelningsfunktionen för tiden Y minuter till nästa flygavgång ges av

$$F(y) = 1 - e^{-0.1y}$$

d) Bestäm sannolikheten att det tar mer än 5 minuter tills nästa avgång.

Uppgift 5. (20 poäng)
Blomsterbutiken Planta Mera ger 20 procent rabatt om man köper orkidéer och flaskor med orkidé-näring i samma köp. Den simultana fördelningen för antalet köpta orkidér X och antalet sålda flaskor med näring Y (flaskorna säljs bara i par) för en slumpmässigt vald kund ges i tabellen nedan.

		y		
		0	2	4
	1	0.04	0.04	0.02
x	2	0.17	0.31	0.12
	3	0.09	0.15	0.06

a) Bestäm marginalfördelningarna för antalet köpta orkidéer och antalet köpta flaskor med näring.

b) Bestäm kovariansen mellan antalet köpta orkidéer och antalet köpta flaskor med näring.

c) Bestäm den betingade fördelningen av antalet köpta flaskor med näring givet att en kund köpt 2 orkidéer.

d) Planta Mera gör en vinst på Z kronor för varje kund som handlar orkidéer och orkidé-näring där $Z = 10X + 5Y$. Beräkna förväntat värde och standardavvikelse för företagets vinst per kund.

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 28/9-2016

Sal: Värtasalen

Tenta: Statistikens grunder 1

Kurs: Statistikens grunder

ANONYMKOD: SGD0039

☑ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20	18	20	20	20					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
98	A	JF

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD0039 Blad nr: 1

1) SAS har 15 dagliga avgångar, övriga har 10.

- $P(SAS) = \frac{15}{25} = 0{,}6 = P(S)$
- $P(\overline{SAS}) = P(\text{övriga}) = \frac{10}{25} = 0{,}4 = P(\bar{S})$

- "Ett SAS-plan är försenat med 0,2 sannolikhet"

$\Rightarrow P(F|S) = 0{,}2$, på samma sätt: $P(F|\bar{S}) = 0{,}3$

a)
- $P(S) = \frac{15}{25} = 0{,}6$ "Sannolikheten att en avgång är SAS"
- $P(\bar{S}) = \frac{10}{25} = 0{,}4$ "Sannolikheten att en avgång ej är SAS"
- $P(F|S) = 0{,}20$ "Sannolikheten att ett SAS-plan är sent"
- $P(F|\bar{S}) = 0{,}30$ "Sannolikhet att ett annat plan är ~~sent~~"

5

b) Söker Sannolikheten för att ett slumpmässigt plan är försenat: $P(F)$

$\boxed{P(F)} = P(F|S)\cdot P(S) + P(F|\bar{S})\cdot P(\bar{S}) = 0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}3 \cdot 0{,}4$

$= \boxed{0{,}24}$

5

c) Söker Sannolikheten för att ett försenat plan tillhör SAS.

$\boxed{P(S|F)} = \frac{P(S \cap F)}{P(F)}$, där $P(S \cap F) = P(F|S)\cdot P(S) = 0{,}12$

$= \frac{0{,}12}{0{,}24} = \boxed{0{,}5}$

5

d) Söker här Sannolikheten att ett plan tillhör SAS givet att det avgår i tid: $P(S|\bar{F})$

5

$\boxed{P(S|\bar{F})} = \frac{P(\bar{F}|S)\cdot P(S)}{P(\bar{F})} = \frac{(1-P(F|S))\cdot P(S)}{1-P(F)} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}6}{0{,}76} = \boxed{\frac{19}{25}} \approx 0{,}63$

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen   Anonymkod: SGD0039   Blad nr: 2

2) X = Daglig förändring, $x \in N(0{,}6, 3^2)$

a) • Söker $P(x>0) = 1 - P(x \leq 0)$.

• Bildar $Z = \left(\frac{X - 0{,}6}{3}\right)$.

$\boxed{P(x>0)} = 1 - P(x \leq 0) = 1 - \Phi\left(\frac{0-0{,}6}{3}\right) = 1 - \Phi(-0{,}2) =$

$= 1 - (1 - \Phi(0{,}2)) = \Phi(0{,}2) = \{\text{Tabell 1}\} = \boxed{0{,}57926}$

6

b) Vet nu att P(ökar i värde) $= P(x>0) = 0{,}57926$

• y = "händelsen att Catellus aktie ökar i värde"

$y \sim Bin(64, 0{,}58)$.

• Eftersom att $64 \cdot 0{,}58$ är större än 5 kan vi approximera med en Normalfördelning.

• Då vi är intresserade av sannolikheten för att aktien stiger i värde minst 40 dagar söker vi alltså $P(y \geq 40)$, $= 1 - P(y < 40) = 1 - P(y \leq 39)$.

• Efter att intervallet kontinuitetskorrigerats söker vi $1 - P(y \leq 39{,}5)$.

Kolla att normalapprox. är tillåten $n(1-p) > 5$ då $p > 0{,}5$

• Den approximerade normalfördelningen kan beskrivas som $N(n \cdot p, n \cdot p \cdot (1-p)) = N(64 \cdot 0{,}58, 64 \cdot 0{,}58 \cdot 0{,}42)$

$= N(37, 15{,}6)$.

• Vi Bildar $Z = \frac{y - 37}{\sqrt{15{,}6}} \longrightarrow 1 - P(y \leq 39{,}5) = 1 - \Phi\left(\frac{39{,}5 - 37}{\sqrt{15{,}6}}\right)$

$= 1 - \Phi(0{,}63) = \{\text{Tabell 1}\} = 1 - 0{,}73565 = \boxed{0{,}2644}$

9

2c) Varje dag är sannolikheten för att aktien ökar i värde ~ 0,58.

Alltså förväntar vi oss att aktien ska stiga under i genomsnitt $5 \cdot 0{,}58 = 2{,}9$ dagar per vecka.

$$Y \sim Bin(5, 0{,}58)$$

$$E(Y) = n \cdot p = 5 \cdot 0{,}58 = 2{,}9$$

3

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD0039 Blad nr: 3

3) X = Tiden som krävs för att lösa ett tentatal

$X \in N(32, 8^2)$

a) Söker sannolikheten att det tar mer än 30 minuter.

$P(X>30) = 1 - P(X \leq 30)$.

Bildar $Z = \frac{X-32}{8}$

$1 - P(X \leq 30) = 1 - \Phi\left(\frac{30-32}{8}\right) = 1 - \Phi(-0{,}25) = 1 - (1 - \Phi(0{,}25))$

$= 1 - 1 + \Phi(0{,}25) = \Phi(0{,}25) = \{\text{Tabell 1}\} = \boxed{0{,}59871}$

K 6

b) En student spenderar med sannolikheten 0,05 mer än t minuter på att lösa talet.

Vi söker alltså ett tal t sådant att $P(X > t) = 0{,}05$.

eller omvänt att $P(X \leq t) = 0{,}95$.

ur Tabell ett kan utläsas att 0,95 motsvaras av $\Phi(1{,}645) \Rightarrow Z \approx 1{,}645$.

K 6

$Z = 1{,}645 = \frac{t-32}{8} \Rightarrow \boxed{t = 45{,}16 \text{ minuter}}$ ~46 min. avrundat uppåt

c) Från 3a) vet vi att sannolikheten för att en student behöver mer än 30 minuter för att lösa svaret är:

$0{,}59871 \sim 0{,}60$, $\boxed{Y}$ = "En student behöver mer än 30 min"

$Y \sim Bin(10, 0{,}6)$, söker nu $P(Y \geq 7)$.

$Y \sim Bin(10, 0{,}6) \rightarrow J \sim Bin(10, 0{,}4)$

- Vi är intressade av sannolikheten för att minst 7 av 10 elever behöver mer än 30 minuter.
- Detta är samma sak som att max 3 elever inte behöver 30 minuter på sig.
- Alltså söker vi $P(J \leq 3)$, vilket med hjälp av Tabell 7 kan konstatera är $\boxed{0{,}38228}$

Svar: Sannolikheten att minst 7 behöver mer än 30 minuter på sig att lösa tentatalet är 0,38228.

8

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD0039 Blad nr: 4

4)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X=x)$	0,1	0,08	0,07	0,15	0,12	0,08	0,10	0,12	0,08	0,10
a) $F(x)$:	0,1	0,18	0,25	0,40	0,52	0,60	0,70	0,82	0,90	1,00

5

b) Söker sannolikheten att det blir mellan 3 och 7 förseningar per timme: $P(3 \leq X \leq 7)$.

$P(3 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 2) = F(7) - F(2) = 0{,}82 - 0{,}25$

$= \boxed{0{,}57}$

5

c) $\boxed{E(X) = \sum_{i=0}^{9} P(x_i) \cdot x_i} = 0 \cdot 0{,}10 + 0{,}08 \cdot 1 + 0{,}07 \cdot 2 + 0{,}15 \cdot 3$

$+ 0{,}12 \cdot 4 + 0{,}08 \cdot 5 + 0{,}10 \cdot 6 + 0{,}12 \cdot 7 +$

$+ 0{,}08 \cdot 8 + 0{,}10 \cdot 9 = \boxed{4{,}53}$

5

d) $F(x) = 1 - e^{-0{,}1 \cdot x}$

Att det tar mer än 5 minuter till nästa avgång beräknas som $1 - F(5) = 1 - \left(1 - e^{-0{,}1 \cdot 5}\right) = 1 - 1 + e^{-0{,}5} =$

$= e^{-0{,}5} = \frac{1}{\sqrt{e}} = \boxed{0{,}606}$

5

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD0039 Blad nr: 5

5)

a)

X \ Y	0	2	4	
1	0,04	0,04	0,02	0,10
2	0,17	0,31	0,12	0,60
3	0,09	0,15	0,06	0,30
	0,30	0,50	0,20	1

X = Antal köpta orkidéer

Y = Antal sålda flaskor

Marginalfördelningar:

X	f(x)	Y	f(y)
1	0,10	0	0,30
2	0,60	2	0,50
3	0,30	4	0,20

K 3

b)

$$\boxed{Cov(X,Y) = E(X\cdot Y) - E(X)\cdot E(Y)}$$

$E(X\cdot Y) = 0,04\cdot 0\cdot 1 + 0,04\cdot 2\cdot 1 + 0,02\cdot 4\cdot 1 +$

$+ 0,17\cdot 0\cdot 2 + 0,31\cdot 2\cdot 2 + 0,12\cdot 4\cdot 2 +$

$+ 0,09\cdot 0\cdot 1 + 0,15\cdot 2\cdot 3 + 0,06\cdot 4\cdot 3 =$

$= 0,08 + 0,08 + 1,24 + 0,96 + 0,9 + 0,72 = 3,98$ I

$E(X)\cdot E(Y) = (0,10\cdot 1 + 0,60\cdot 2 + 0,30\cdot 3)\cdot(0,30\cdot 0 + 0,50\cdot 2 + 0,20\cdot 4)$

$= 2,2\cdot 1,8 = 3,96.$ II

KC

I & II ger $Cov(X,Y) = 3,98 - 3,96 = \boxed{0,02}$

4

c) Den Betingade fördelningen av antalet köpta flaskor givet att en kund köpt 2 orkidéer

y	$f_Y(y \mid X=2)$
0	$0{,}17/0{,}60 = 0{,}283$
2	$0{,}31/0{,}60 = 0{,}517$
4	$0{,}12/0{,}60 = 0{,}20$

K 5

d) Planta Meras Vinst Z:

$$E(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$$

$$V(aX+bY) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X,Y)$$

$$Z = 10X + 5Y$$

$$\boxed{E(Z)} = E(10X) + E(5Y) = 10E(X) + 5E(Y) = \boxed{31}$$

$$V(Z) = V(10X) + V(5Y) = 10^2V(X) + 5^2V(Y) + 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot Cov(X,Y)$$

(III) $V(X) = 0{,}10 \cdot 1^2 + 0{,}60 \cdot 2^2 + 0{,}30 \cdot 3^2 - E(X)^2 = \underline{0{,}36} \Rightarrow \sigma(X) = 0{,}6$

(IV) $V(Y) = 0{,}30 \cdot 0^2 + 0{,}50 \cdot 2^2 + 0{,}20 \cdot 4^2 - E(Y)^2 = \underline{1{,}96} \Rightarrow \sigma(Y) = 1{,}4$

Med (III) & (IV) och kovariansen från 5b):

$$V(Z) = 100 \cdot 0{,}36 + 25 \cdot 1{,}96 + 100 \cdot 0{,}02 \Rightarrow \boxed{\sigma(Z)} = \boxed{9{,}33}$$

K

Svar: $\begin{cases} E(Z) = 31 \\ \sigma(Z) = 9{,}33 \end{cases}$

6

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 28/9-2016

Sal: Värtasalen

Tenta: Statistikens grunder 1

Kurs: Statistikens grunder

ANONYMKOD: SGD-0002

☒ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					6
Lär.ant. 20	11	19	20	16					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
86	B	JF

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD-0002 Blad nr: 1

Fråga 1

a)

$P(S)$: 15 av 25 avgångar är från SAS

$P(S) = \frac{15}{25} = 0,6$

$P(\bar{S})$: 10 av 25 avgångar är <u>inte</u> från SAS

$P(\bar{S}) = \frac{10}{25} = 0,4$

$P(F|S)$: Sannolikheten att ett plan är försenat givet att det är från SAS.

Jag gör en fyrfältstabell

S: Avgång från SAS

$\bar{S}$: Avgång från övrigt flygbolag

F: Försenat flygplan

$\bar{F}$: Flygplan är i tid

$$P(F|S) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,6} = 0,2$$

	S	$\bar{S}$	
F	0,12	0,12	0,24
$\bar{F}$	0,48	0,28	0,76
	0,6	0,4	1

$$P(F|\bar{S}) = \frac{P(F \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{0,12}{0,4} = 0,3$$

Svar fråga a: $P(S) = 0,6$

$P(\bar{S}) = 0,4$

$P(F|S) = 0,2$

$P(F|\bar{S}) = 0,3$

5

Fråga 1 fortsättning

b)

	S	$\bar{S}$	
F	0,12	0,12	0,24
$\bar{F}$	0,48	0,28	0,76
	0,6	0,4	1

K

Slh att ett slumpmässigt plan är försenat: $P(F)$

$P(F) = 0{,}24$ enligt fyrfältstabellen.

Svar: Slh att ett slumpmässigt plan är försenat är 0,24 K

5

c) Vi söker $P(S|F)$. $P(S|F) = \frac{P(S \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}12}{0{,}24} = 0{,}5$

Svar: Slh att ett slumpmässigt valt plan som är försenat är ett SAS-plan är 0,5. K

5

d) Vi söker $(S|\bar{F})$. $P(S|\bar{F}) = \frac{P(S \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{0{,}48}{0{,}76} \approx 0{,}6316.$

Svar: Slh att ett slumpmässigt valt plan som är i tid är ett SAS-plan är $\approx 0{,}6316$. K

5

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGB-0002 Blad nr: 2

Fråga 2

a) $X \sim N(\mu = 0{,}6, \sigma = 3)$

$P(X > 0) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{0{,}6-0{,}6}{3}\right) = P(Z \geq 0) = 1 - P(Z \leq 0) =$

$= 1 - \Phi(0) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

Svar: Slh att Catellus aktien ökar i värde under en börsdag är 0,5.

3

b) $X \sim Bin(n = 64, p = 0{,}5)$

$P(X \geq 40)$ $\mu = np = 32$

$V = npq = 16$

Jag approximerar:

felgiltel

$P(X \geq 40 - 0{,}5) = P\left(\frac{X-\mu}{\sqrt{npq}} \geq \frac{40-0{,}5-32}{\sqrt{16}}\right) = P(Z \geq 1{,}875) =$

$= 1 - P(Z \leq 1{,}875) = 1 - \Phi(1{,}875) = 1 - 0{,}96926 = 0{,}03074$

Svar: Slh att Catellus aktien ökar i värde under minst 40 dagar är 0,03074.

8

Fråga c nästa sida

Fråga 2c

Då $p=0,5$ är antalet dagar aktien förväntas stiga i värde samma som antalet dagar aktien förväntas sjunka. Slh att den sjunker samt stiger är alltså 0,5.

$X \sim Bin(n=5, p=0,5)$. ✓ följdfel

$P(X \leq x) = 0,5$

$f(x) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}$

$f(0)+f(1)\ldots = 0,5$

$f(0) = \binom{5}{0} 0,5^0 \cdot 0,5^5 = 0,03125$

$f(1) = \binom{5}{1} 0,5^1 \cdot 0,5^4 = 0,15625$ ✓ $E(X) = np = 5p$

$f(2) = \binom{5}{2} 0,5^2 \cdot 0,5^3 = 0,3125$

$f(0)+f(1)+f(2) = 0,5$

0

Svar: Det förväntade antalet dagar Cartellus aktien ökar i värde är 2 dagar.

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD-0002 Blad nr: 3

Fråga 3

a) $X \sim N(\mu = 32, \sigma = 8)$

$P(X \geq 30)$

$P(X \geq 30) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{30-32}{8}\right) = P(Z \geq -0{,}25) = 1 - P(Z \leq -0{,}25) =$

$= 1 - (1 - \Phi(0{,}25)) = \Phi(0{,}25) = 0{,}59871$ enligt tabell 1

Svar: Sh att en student kommer behöva mer än 30 minuter för att lösa talet är 0,59871

6

b) Jag använder tabell 2.

$\alpha_{0,05} = z\ 1{,}6449.$

Alltså $P(X > x) = P\left(Z \geq \frac{x-32}{8}\right) = 1{,}6449.$

$x - 32 = 8 \cdot 1{,}6449.$

$x - 32 = 13{,}1592$

$x = 35{,}1592$
4

4
Avrundat uppåt är $x = 56$ minuter.

5

Svar: Med sannolikheten 0,05 tar det längre än 56 minuter att lösa talet för en student.

Fråga 3 fortsättning

3c) Enligt uppgift 3a var sannolikheten att en slumpmässigt vald student löste talet på under 30 minuter ≈ 0,59871

$X \sim Bin(n=10, p=0,6)$

$P(X \geq 7)$

Då $p > 0,5$ måste jag använda $P(X \geq x) = P(Y \leq n-x)$.

$n-x = 10-7 = 3$.

P är nu istället 0,4

$Y \sim Bin(n=10, p=0,4)$

$P(Y \leq 3) = 0,38228$ enligt tabell 7.

Svar: Slh att minst 7 elever av 10 behöver mer än 30 minuter på sig att lösa talet är 0,38228.

8

SU, STATISTIK

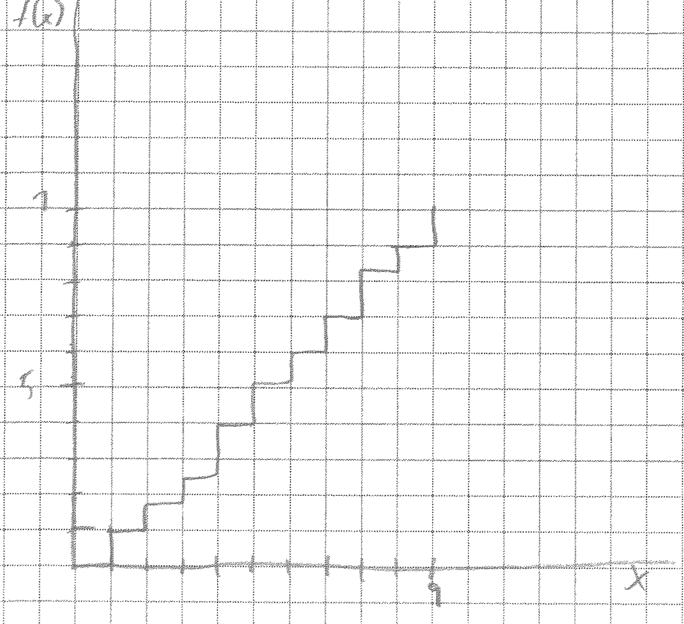
Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD-0002 Blad nr: 4

Fråga 4

a)

x	f(x)	F(x)
0	0,1	0,1
1	0,08	0,18
2	0,07	0,25
3	0,15	0,40
4	0,12	0,52
5	0,08	0,60
6	0,1	0,70
7	0,12	0,82
8	0,08	0,90
9	0,1	1

K 5



Fråga 4 forts.

4b) Här måste vi addera alla sannolikheter från $X \geq 3$ och $x \leq 7$.

$f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)$.

$0,15+0,12+0,08+0,1+0,12=0,57$

Svar: Slh att det blir minst 3 men högst 7 förseningar under en timme är 0,57. K (5)

c)

x	$f(x)$	$x \cdot f(x)$
0	0,1	0
1	0,08	0,08
2	0,07	0,14
3	0,15	0,45
4	0,12	0,48
5	0,08	0,40
6	0,1	0,60
7	0,12	0,84
8	0,08	0,64
9	0,1	0,90
$\sum$	1	$E(X)=4,53$

K

Svar: Väntevärdet för antalet förseningar per timme är 4,53.

(5)

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD-0002 Blad nr: 5

Fråga 4 forts.

4d Jag ställer upp en tabell för alla minuter upp till 5 enligt formeln $F(y) = 1 - e^{-0{,}1y}$

y	$F(y)$
0	0
1	0,095
2	0,181
3	0,259
4	0,330
5	0,393

Slh att det tar högst 5 minuter till nästa avgång är 0,393. Detta betyder att Slh att det tar <u>mer</u> än 5 minuter till nästa avgång är $1 - 0{,}393 = 0{,}607$

Svar: Slh att det tar mer än 5 minuter till nästa avgång är 0,607.

5

Fråga 5

a)

		Y 0	2	4	
X	1	0,04	0,04	0,02	0,1
	2	0,17	0,31	0,12	0,6
	3	0,09	0,15	0,06	0,3
		0,3	0,5	0,2	1

3

$V = E(x^2) - (E(x))^2$

Y	f(y)	y·f(y)	y²·f(y)
0	0,3	0	0
2	0,5	1	2
4	0,2	0,8	3,2
Σ	1	E(y) = 1,8 R	5,2

$V(Y) = 5,2 - (1,8^2)$

$V(Y) = 1,96$ R

x	f(x)	x·f(x)	x²·f(x)
1	0,1	~~0~~	~~0~~
2	0,6	1,2	2,4
3	0,3	0,9	2,7
Σ	1	E(x) = 2,1 / 2,2	5,1

$V(X) = 5,1 - 2,1^2$

$V(X) = 0,69$ V

SU, STATISTIK

Skrivsal: Värtasalen Anonymkod: SGD-0002 Blad nr: 6

Fråga 5 forts.

5b $Cov(X,Y) = \sum_y \sum_x xy \, f_{x,y}(x,y) - E(X) \cdot E(Y)$.

$Cov(X,Y) = 1 \cdot 2 \cdot 0{,}04 + 1 \cdot 4 \cdot 0{,}02 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}31 + 2 \cdot 4 \cdot 0{,}12 + 3 \cdot 2 \cdot 0{,}15 +$

$+ 3 \cdot 4 \cdot 0{,}06 - \underset{2,2}{\cancel{2,1}} \cdot 1{,}8 = 0{,}08$

Svar: Kovariansen mellan antalet köpta orkidéer och antalet köpta flaskor med näring är 0,08.

6

c) Vi söker den betingade fördelningen för $(Y|X=2)$.

$Y\|X=2$	$f(Y\|X=2)$	$y \cdot f(Y\|X=2)$
0	$\frac{0{,}17}{0{,}60}$	0
2	$\frac{0{,}31}{0{,}60}$	$\frac{0{,}62}{0{,}60}$
4	$\frac{0{,}12}{0{,}60}$	$\frac{0{,}48}{0{,}60}$
$\sum$	$\frac{0{,}60}{0{,}60} = 1$	$\frac{110}{60}$

K

5

$E(Y|X=2) = \frac{110}{60} \approx 1{,}833$

Fråga 5 forts.

5 d Det förväntade antalet orkidéer samt orkidénäring räknade vi ut i uppgift a.
Väntevärdet för orkidénäring var $E(Y) = 1,8$
Väntevärdet för orkidé var $E(X) = 2,1$

För att få den förväntade vinsten sätter jag in 1,8 istället för Y och 2,1 istället för x i formeln $Z = 10x + 5y$.

$Z = 10 \cdot 2,1 + 5 \cdot 1,8$ $E(Z) = E(10X + 5Y) = 10EX + 5E(Y)$

2,2   o.s.v.

$Z = 30$

2

Standard avvikelsen fås genom $\sqrt{V(X) \cdot V(Y)}$.
Jag utgår återigen från uppgift 5a där jag fick fram en varians på $V(Y) = 1,96$ och $V(X) = 0,69$.

$Std = \sqrt{V(X) \cdot V(Y)}$

$Std = \sqrt{0,69 \cdot 1,96}$

$Std \approx 1,163$

Svar: Den förväntade vinsten per kund är 30kr och standardavvikelsen 1,163