

STOCKHOLMS UNIVERSITET  
Statistiska institutionen  
Jessica Franzén

## OMTENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 1 2016-11-01

---

**Skrivtid:** 10.00-15.00

**Godkända hjälpmedel:** Miniräknare, språklexikon.

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

---

### Uppgift 1

Bland den svenska befolkningen är 9 procent av kvinnorna och 13 procent av männen vänsterhänta. 53 procent av den svenska befolkningen är män. Ambidextri d.v.s. förmågan att kunna använda höger och vänster hand exakt lika bra är väldigt sällsynt och vi antar därför att sannolikheten för ambidextri är noll.

- Hur många procent av den svenska befolkningen är vänsterhänta män?
- Hur många procent av den svenska befolkningen är vänsterhänta?
- Hur många procent av de vänsterhänta i den svenska befolkningen är män?
- Är "kön" och "höger/vänster-hänthet" oberoende?

### Uppgift 2

En variabel  $X$  är binomialfördelad  $X \sim Bin(2, 0.3)$ .

- Sätt upp frekvensfunktionen  $f(x)$ .
- Sätt upp fördelningsfunktionen  $F(x)$ .
- Räkna ut väntevärde och varians för  $X$ .
- Vad är sannolikheten att  $X$  är större än 0 men mindre än 2?
- En annan variabel  $Y$  kan anta värdena 3 och 5 med sannolikheterna 0.8 och 0.2.  $X$  och  $Y$  är oberoende. Sätt upp den simultana sannolikhetsfördelningen för  $X$  och  $Y$ .

### Uppgift 3

Man studerar tiden det tar att genomföra en bilbesiktning av en personbil. Man har kommit fram till att en lämplig modell för tiden i minuter är en normalfördelning med väntevärde 21 minuter och standardavvikelse 3.85 minuter. Sedan bilbesiktningen privatiserades kan man i samband med besiktningen köpa tillbehör till bilen t.ex. bilbatterier, spolarvätska och startkablar. 12 % av kunderna köper något tillbehör i samband med besiktningen.

- a) Beräkna sannolikheten att en bilbesiktning av en personbil tar mer än 25 minuter.
- b) Om man slumpmässigt väljer ut och observerar besiktningstiden för 20 personbilar, vad är sannolikheten att minst 5 av dem tar längre tid än 25 minuter?
- c) Beräkna sannolikheten att minst 1 av de 20 kunderna väljer att köpa något tillbehör till bilen i samband med besiktningen.

### Uppgift 4

Den som ringer till företaget Hän-visas kuntjänst får vänta  $X$  minuter på att komma fram. Antag att tiden i minuter (kontinuerlig variabel) tills man kommer fram har en fördelningsfunktion som ges av

$$F(x) = 1 - e^{-0.5x}$$

- a) Beräkna sannolikheten att man får vänta mer än 5 minuter på att komma fram.

Under en given dag ringer det 150 samtal till Hän-visas kundtjänst.

- b) Vad är sannolikheten att minst 20 av dessa får vänta mer än 5 minuter på att komma fram.
- c) Hän-visas kundtjänst bemannas av 7 personer - 2 män och 5 kvinnor. Hän-visas VD väljer slumpmässigt ut två av dessa 7 personer för en vidareutbildning i kundhantering. Vad är sannolikheten att det är de två männen som blir utvalda till utbildningen?

### Uppgift 5

På företaget Mass-visa har man analyserat antal frånvarodagar per månad uppdelat på anställda som har hemmavarande barn och de som inte har hemmavarande barn och kommit fram till följande **betingade** sannolikhetsfördelningar. 60 procent av de anställda har hemmavarande barn.

**Betingade sannolikhetsfördelningar för antalet frånvarodagar givet hemmavarande barn eller inte**

Antal frånvarodagar	Inga hemmavarande barn	Hemmavarande barn
0	0.5	0.4
1	0.35	0.3
2	0.15	0.15
3	0	0.15
Summa	1	1

- Beräkna det förväntade antalet frånvarodagar för anställda med hemmavarande barn.
- Mass-visas företagsledning vill istället för att få de betingade fördelningarna redovisade, d.v.s. uppdelade efter "hemmavarande barn eller inte", hellre se den simultana sannolikhetsfördelningen. Ge den simultana sannolikhetsfördelningen för variablerna "antal frånvarodagar" och "hemmavarande barn eller inte".
- Vad är sannolikheten att det inte är några frånvarodagar alls på företaget Mass-visa under en månad?



Stockholms  
universitet

Statistiska institutionen

## Rättningsblad

**Datum:** 1/11-2016

**Sal:** Ugglevikssalen

**Tenta:** Statistikens grunder 1 (om)

**Kurs:** Statistikens grunder

**ANONYMKOD:**

SGD-0004

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

**OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN**

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5 R
Lär.ant. 20	20	17	20	19					

POÄNG

96

BETYG

A

Lärarens sign.

JF

I  $M$  = sannolikhet för man

$\bar{M}$  = sannolikhet för kvinna

$V$  = sannolikhet för vänsterhänt

$\bar{V}$  = sannolikhet för högerhänt

$$P(M) = 0,53 \quad P(\bar{M}) = 0,47$$

$$P(V|M) = 0,13 \quad P(V|\bar{M}) = 0,09$$

a)  $P(V \cap M) = P(M) P(V|M) = 0,0689$

Svar Andelen av den svenska befolkningen

som är vänsterhänta män är 0,0689

(5)

b)

$$P(\bar{M} \cap V) = P(\bar{M}) P(V|\bar{M})$$

$$= 0,0423$$

$$P(V) = P(M \cap V) + P(\bar{M} \cap V)$$

$$= 0,1112$$

	M	$\bar{M}$	
V	0,0689	0,0423	0,1112
$\bar{V}$			0,8888
	0,53	0,47	1

Svar Andelen vänsterhänta i den svenska

befolkningen är 0,1112

(5)

c)  $P(M|V) = \frac{P(V \cap M)}{P(V)} = 0,620$

(5)

d)  $P(M) \cdot P(V) = 0,0589$

$$P(V \cap M) = 0,0689$$

$$P(M) \cdot P(V) \neq P(V \cap M) \Rightarrow \text{stokastiskt beroende}$$

(5)

2  $X \sim \text{Bin}(2, 0.3)$

$n = 2$

$p = 0.3$

$f(x) = P(X=x)$   $f(0) = P(X=0) = 0.49$

$x$	$f(x)$	$F(x)$
0	0,49	0,49
1	0,42	0,91
2	0,09	1

$f(1) = P(X \leq 1) - P(X \leq 0) = 0.91 - 0.49 = 0.42$

$f(2) = P(X \leq 2) - P(X \leq 1) = 1 - 0.91 = 0.09$

tabell 1

$F(x) = P(X \leq x)$

$F(0) = 0.49, F(1) = 0.91, F(2) = 1$

a och b svar se tabell 1

(4) (4)

c)  $E(X) = n \cdot p = 0.6$

$V(X) = np(1-p) = 0.42$

(4)

d)  $P(0 < X < 2) = P(X=1) = f(1) = 0.42$

(4)

e)

	3	4	5
$X=0$	0.392	0.098	0.49
$X=1$	0.336	0.084	0.42
$X=2$	0.072	0.018	0.09
	0.8	0.2	1

(4)

3

$$\mu = 21 \text{ min} \quad \sigma = 3,85$$

$X = \text{tid per besiktning}$

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X \geq 25) &= \left\{ \text{standardisering} \right\} = P\left(Z \geq \frac{25-21}{3,85}\right) = \\ &P(Z \geq 1,04) = 1 - \Phi(1,04) = 0,15 \end{aligned}$$

6

$$\text{b) } n = 20$$

$$X = 5$$

$$p = 0,15$$

Antar  $X \sim \text{bin}(n=20, p=0,15)$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 0,17$$

7

$$\text{c) } Y \sim \text{bin}(n=20, p=0,12)$$

$$\begin{aligned} P(Y \geq 1) &= 1 - P(Y \leq 0) = \frac{20!}{0!20!} 0,88^{20} 0,12^0 + \\ &+ \frac{20!}{1!19!} 0,88^{19} 0,12 = 0,710902 \end{aligned}$$

4

$$F(x) = 1 - e^{-0,5x}$$

$$a) P(X \geq 5) = 1 - F(5) = 0,082$$

$$b) X \sim \text{bin}(n=150, p=0,082)$$

$$n=150 \quad y=20 \quad p=0,082$$

$$n \cdot p = 12,3 > 5 \quad Y = \text{Kunder som får vänta mer än 5 min}$$

$$P(Y \geq 20) = \{ \text{binomial fördelning approx normal fördelning} \} =$$

$$= P(Z \geq \frac{20 - 0,5 - 150 \cdot 0,082}{\sqrt{150 \cdot 0,082(1 - 0,082)}}) = P(Z \geq 2,14) =$$

$$= 1 - \Phi(2,14) = 0,01618$$

Svar Sannolikheten att 20 av 150 kunder får vänta mer än 5 minuter är 0,016

c) Dragning utan återläggning

$$M=2 \text{ st} \quad K=5 \text{ st}$$

$$P(\text{båda männen dras}) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{21} = 0,048$$

Svar Sannolikheten att båda männen väljs ut är 0,048



5 HBS = hemman variabel barn,  $X$  = antal fönstordagar

$P(HB) = 0,6$        $P(\overline{HB}) = 0,4$

$X$	$f_{HB}(x)$	$f_{\overline{HB}}(x)$
0	0,5	0,4
1	0,35	0,3
2	0,15	0,15
3	0	0,15
Sum	1	1

$X$	$f_{HB}(x)$	$X \cdot f_{HB}(x)$
0	0,4	0
1	0,3	0,3
2	0,15	0,3
3	0,15	0,45

$E_{HB}(x) = \sum_x x \cdot f_{HB}(x) = 0,3 + 0,3 + 0,45 = 1,05$  (4)

b

	0	1	2	3	
HB	0,24	0,18	0,09	0,09	0,6 = $P(HB)$
$\overline{HB}$	0,2	0,14	0,06	0	0,4 = $P(\overline{HB})$
$P(x=x)$	0,44	0,32	0,15	0,09	1

Vi vet  $P_{X|HB} = P(HB) \cdot f_{HB}(x)$

$P_{(X|\overline{HB})} = P(\overline{HB}) \cdot f_{\overline{HB}}(x)$

Och med hjälp av dessa skapar vi tabellen med den simultana sannolikhets fördelningen

vänd! ↻

c) Sannolikheten att det inte är några frånvarodagar under en månad beräknas av ut marginalen till den simultana sannolikhetsfördelningen.

$$P(X=0) = 0,44$$

4