STOCKHOLMS UNIVERSITET
Statistiska institutionen
Regressionsanalys och undersökningsmetodik, höstterminen 2016

# Tentamen i Regressionsanalys

| | |
|---|---|
| Datum | 2016-11-29 |
| Tid: | 10.00-15.00 |
| Ansvarig Lärare: | Jörgen Säve-Söderbergh |
| Antal frågor: | 5 |
| Maxpoäng: | 50 |
| Hjälpmedel: | 1) Språklexikon |
| | 2) Kalkylator utan lagrade formler eller lagrad text |
| Tentamensgenomgång | Måndag 19 december kl. 13.00 i sal B 413 |

## Anvisningar

Redovisa dina lösningar i en form som gör det lätt att följa tankegången. Motivera alla väsentliga steg i lösningen. Ange alla antaganden och förutsättningar som du utnyttjar. Skriv endast på en sida av arket. Börja varje ny uppgift på nytt ark.

**Lycka Till!**

1. I ett företag var man intresserad av att studera sambandet mellan försäljning och utgifter för marknadsföring. Under en tioveckorsperiod insamlades därför följande uppgifter:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 528 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_i = 66 \qquad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 58\,889 \qquad \sum_{i=1}^{10} y_i = 763 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 5254$$

där $y_i =$ försäljning i 1000-tals kronor under vecka nummer $i$ och $x_i =$ utgifter för marknadsföring i 1000-tals kronor under vecka nummer $i$ $(i = 1, 2, \ldots, 10)$. För att beskriva det aktuella sambandet avser man att använda en linjär regressionsmodell

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

där $Y$ är försäljning och $X$ utgifter för marknadsföring.

(a) Skatta parametrarna $\beta_0$ och $\beta_1$ i modellen ovan och tolka de erhållna koefficienterna i ord. Beräkna därefter determinationskoefficienten för den anpassade modellen och förklara i ord vad det är som den mäter. (5 p)

(b) Testa på signifikansnivån 5% om $X$ är en signifikant förklarande variabel, d v s testa hypotesen att $\beta_1 = 0$ mot alternativet att $\beta_1 \neq 0$. Formulera en slutsats i ord. (5 p)

2. Efter att ha anpassat en multipel lineär regressionsmodell

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \varepsilon$$

till ett datamaterial bestående av $n = 12$ observationer, så fann man följande ANOVA-tablå bland utskrifterna:

| | SS | df | MSE | F |
|---|---|---|---|---|
| Regression | | | | |
| Residual | 900 | | | |
| Total | 1000 | | | |

a) Komplettera tabellen och fyll i de tomma fälten. (3 p)

b) Testa $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 \neq 0$ med hjälp av ANOVA-tablån på 5% signifikansnivå. (7 p)

3. En forskare i Göteborg fann att korrelationen mellan en individs systoliska blodtryck och dennes bukomfång var $r = 0.298$ i ett stickprov om $n = 147$ individer. Testa på 5% signifikansnivå hypotesen

$$H_0 : \rho = 0.45 \text{ mot } H_1 : \rho < 0.45 \qquad (10p)$$

4. Ett försök gjordes i syfte att studera storleken på de bläckfiskar som hajar och tonfiskar nyttjar som föda. Den beroende variabeln $Y$ är vikten. Därtill uppmättes fem ytterligare variabler $X_1, X_2, \ldots, X_5$ som tänktes samvariera med vikten på bläckfiskarna. Dessa variabler uppmättes på $n = 22$ objekt.

   En preliminär analys av datamaterialet gjordes och resultatet återfinns i en bilaga till tentamen.

   a) Testa om variabeln $X_2$ bidrar till att prediktera vikten hos bläckfiskarna i en modell som redan innehåller variabeln $X_1$. Använd 5% signifikansnivå. (5 p)

   b) Genomför testet i a) genom att använda $t$-fördelningen istället. (3 p)

   c) Beräkna det partiella $F$-testet i a) på ett annat sätt än det vi använde där. (2 p)

5. En logistisk regressionsmodell anpassades till en beroende dikotom variabel $Y$ och två förklarande variabler $X_1$ och $X_2$ med hjälp av SAS. En del av utskriften syns nedan:

```
Analysis of Maximum Likelihood Estimates
Parameter  DF  Estimate  StandardError  Wald Chi-Square
Intercept  1   2.3574     0.5207         20.4951
X1         1   -4.7625    0.9475         25.2651
X2         1   0.7967     0.1447         30.3155
```

   (a) Vilken logistisk regressionsmodell har SAS skattat? Skriv upp modellen! Du kan använda vilken som helst av de bägge formerna av modellen - bägge ger rätt svar.

   *Ledtråd* Om SAS hade skattat en enkel lineär regressionsmodell, där interceptet hade skattas till $\hat{\beta}_0 = 8.76$ och lutningsparametern skattas till $\hat{\beta}_1 = 0.67$, så skulle vi kunna skriva den skattade modellen som $\hat{Y} = 8.76 + 0.67X$. Gör nu samma sak med den logistiska regressionsmodellen. (2 p)

**(b)** Beräkna den skattade oddskvoten för $X_2$ och beräkna även ett 95%-igt konfidensintervall. (5 p)

**(c)** Beräkna den uppskattade sannolikheten att $Y = 1$ $X_1 = 0.5$ och $X_2 = 0.5$. (3 p)

STOCKHOLMS UNIVERSITET
Statistiska institutionen
Regressionsanalys och undersökningsmetodik, ht 2016
Jörgen Säve-Söderbergh

# Bilaga till uppgift 4 på tentamen i regressionsanalys 29 november 2016

## Regression y på x1 och x2

| Analysis of Variance | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Source | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
| Model | 2 | 199.27200 | 99.63600 | 113.68 | <.0001 |
| Error | 19 | 16.65275 | 0.87646 | | |
| Corrected Total | 21 | 215.92475 | | | |

| Parameter Estimates | | | |
|---|---|---|---|
| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error |
| Intercept | 1 | -8.45557 | 0.86747 |
| x1 | 1 | 7.73772 | 2.41570 |
| x2 | 1 | 1.01253 | 2.66347 |

## Regression y på x1

| Analysis of Variance | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Source | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Pr > F |
| Model | 1 | 199.14534 | 199.14534 | 237.37 | <.0001 |
| Error | 20 | 16.77941 | 0.83897 | | |
| Corrected Total | 21 | 215.92475 | | | |

# Formelsamling regressionsanalys

## Enkel linjär regression

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SSXY}{SSX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \sum_{i=1}^{n}(x_i)\sum_{i=1}^{n}(y_i)}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - n(\bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x}$$

SSY=SSR+SSE

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$r = \frac{SSXY}{\sqrt{SSX \times SSY}} = \frac{S_X}{S_Y}\hat{\beta}_1$$

$$S_{Y|X}^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \qquad S_X^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \qquad S_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$$

$$S_{\hat{\beta}_1} = \frac{S_{Y|X}}{S_X\sqrt{n-1}} \qquad S_{\hat{\beta}_0} = S_{Y|X}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{(n-1)S_X^2}}$$

$$\hat{Y}_{X_0} \pm t_{n-2,1-\alpha/2} S_{Y|X}\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{(n-1)S_X^2}} \qquad \hat{Y}_{X_0} \pm t_{n-2,1-\alpha/2} S_{Y|X}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{(n-1)S_X^2}}$$

$$b_1 \pm t_{n-2,1-\alpha/2} S_{b_1}$$

## Multipel regression

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{(SSY - SSE)/k}{SSE/(n-k-1)}$$

$$b_j \pm t_{n-k-1,1-\alpha/2} S_{b_j}$$

$$R_{Y|X_1,\dots,X_k} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i)^2}}$$

$$R_{Y|X_1,\dots,X_k}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{SSY - SSE}{SSY}$$

## Korrelation

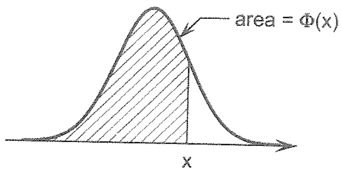
$$Z = \frac{\frac{1}{2}ln\left[\frac{(1+r)}{(1-r)}\right] - \frac{1}{2}ln\left[\frac{(1+\rho_0)}{(1-\rho_0)}\right]}{1/\sqrt{n-3}} \sim N(0,1)$$

# Tabeller

**Tabell 1. Standardiserad normalfördelning**

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

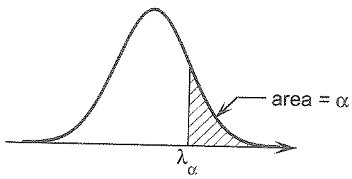


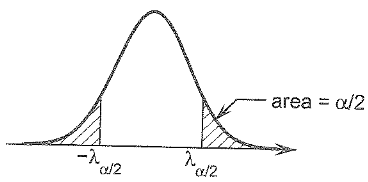

| $x$ | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| 0.7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| 0.8 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| 0.9 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8770 | .8790 | .8810 | .8830 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8962 | .8980 | .8997 | .9015 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9131 | .9147 | .9162 | .9177 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9279 | .9292 | .9306 | .9319 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9406 | .9418 | .9429 | .9441 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 | .9484 | .9495 | .9505 | .9515 | .9525 | .9535 | .9545 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9608 | .9616 | .9625 | .9633 |
| 1.8 | .9641 | .9649 | .9656 | .9664 | .9671 | .9678 | .9686 | .9693 | .9699 | .9706 |
| 1.9 | .9713 | .9719 | .9726 | .9732 | .9738 | .9744 | .9750 | .9756 | .9761 | .9767 |
| 2.0 | .97725 | .97778 | .97831 | .97882 | .97932 | .97982 | .98030 | .98077 | .98124 | .98169 |
| 2.1 | .98214 | .98257 | .98300 | .98341 | .98382 | .98422 | .98461 | .98500 | .98537 | .98574 |
| 2.2 | .98610 | .98645 | .98679 | .98713 | .98745 | .98778 | .98809 | .98840 | .98870 | .98899 |
| 2.3 | .98928 | .98956 | .98983 | .99010 | .99036 | .99061 | .99086 | .99111 | .99134 | .99158 |
| 2.4 | .99180 | .99202 | .99224 | .99245 | .99266 | .99286 | .99305 | .99324 | .99343 | .99361 |
| 2.5 | .99379 | .99396 | .99413 | .99430 | .99446 | .99461 | .99477 | .99492 | .99506 | .99520 |
| 2.6 | .99534 | .99547 | .99560 | .99573 | .99585 | .99598 | .99609 | .99621 | .99632 | .99643 |
| 2.7 | .99653 | .99664 | .99674 | .99683 | .99693 | .99702 | .99711 | .99720 | .99728 | .99736 |
| 2.8 | .99744 | .99752 | .99760 | .99767 | .99774 | .99781 | .99788 | .99795 | .99801 | .99807 |
| 2.9 | .99813 | .99819 | .99825 | .99831 | .99836 | .99841 | .99846 | .99851 | .99856 | .99861 |
| 3.0 | .99865 | | | | | | | | | |
| 3.1 | .99903 | | | | | | | | | |
| 3.2 | .99931 | | | | | | | | | |
| 3.3 | .99952 | | | | | | | | | |
| 3.4 | .99966 | | | | | | | | | |
| 3.5 | .99977 | | | | | | | | | |
| 3.6 | .99984 | | | | | | | | | |
| 3.7 | .99989 | | | | | | | | | |
| 3.8 | .99993 | | | | | | | | | |
| 3.9 | .99995 | | | | | | | | | |
| 4.0 | .99997 | | | | | | | | | |

**Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler**

$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

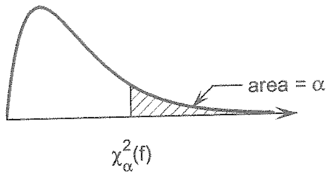
| $\alpha$ | $\lambda_\alpha$ | $\alpha$ | $\lambda_\alpha$ |
|---|---|---|---|
| 0.1 | 1.2816 | 0.001 | 3.0902 |
| 0.05 | 1.6449 | 0.0005 | 3.2905 |
| 0.025 | 1.9600 | 0.0001 | 3.7190 |
| 0.01 | 2.3263 | 0.00005 | 3.8906 |
| 0.005 | 2.5758 | 0.00001 | 4.2649 |



**Tabell 4.** $\chi^2$**-fördelningen**

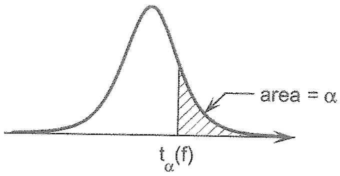
$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$




| $f$ \ $\alpha$ | 0.9995 | 0.999 | 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 | 0.0005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 | 10.83 | 12.12 |
| 2 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.60 | 13.82 | 15.20 |
| 3 | 0.02 | 0.02 | 0.07 | 0.11 | 0.22 | 0.35 | 7.81 | 9.35 | 11.34 | 12.84 | 16.27 | 17.73 |
| 4 | 0.06 | 0.09 | 0.21 | 0.30 | 0.48 | 0.71 | 9.49 | 11.14 | 13.28 | 14.86 | 18.47 | 20.00 |
| 5 | 0.16 | 0.21 | 0.41 | 0.55 | 0.83 | 1.15 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 | 20.52 | 22.11 |
| 6 | 0.30 | 0.38 | 0.68 | 0.87 | 1.24 | 1.64 | 12.59 | 14.45 | 16.81 | 18.55 | 22.46 | 24.10 |
| 7 | 0.48 | 0.60 | 0.99 | 1.24 | 1.69 | 2.17 | 14.07 | 16.01 | 18.48 | 20.28 | 24.32 | 26.02 |
| 8 | 0.71 | 0.86 | 1.34 | 1.65 | 2.18 | 2.73 | 15.51 | 17.53 | 20.09 | 21.95 | 26.12 | 27.87 |
| 9 | 0.97 | 1.15 | 1.73 | 2.09 | 2.70 | 3.33 | 16.92 | 19.02 | 21.67 | 23.59 | 27.88 | 29.67 |
| 10 | 1.26 | 1.48 | 2.16 | 2.56 | 3.25 | 3.94 | 18.31 | 20.48 | 23.21 | 25.19 | 29.59 | 31.42 |
| 11 | 1.59 | 1.83 | 2.60 | 3.05 | 3.82 | 4.57 | 19.68 | 21.92 | 24.72 | 26.76 | 31.26 | 33.14 |
| 12 | 1.93 | 2.21 | 3.07 | 3.57 | 4.40 | 5.23 | 21.03 | 23.34 | 26.22 | 28.30 | 32.91 | 34.82 |
| 13 | 2.31 | 2.62 | 3.57 | 4.11 | 5.01 | 5.89 | 22.36 | 24.74 | 27.69 | 29.82 | 34.53 | 36.48 |
| 14 | 2.70 | 3.04 | 4.07 | 4.66 | 5.63 | 6.57 | 23.68 | 26.12 | 29.14 | 31.32 | 36.12 | 38.11 |
| 15 | 3.11 | 3.48 | 4.60 | 5.23 | 6.26 | 7.26 | 25.00 | 27.49 | 30.58 | 32.80 | 37.70 | 39.72 |
| 16 | 3.54 | 3.94 | 5.14 | 5.81 | 6.91 | 7.96 | 26.30 | 28.85 | 32.00 | 34.27 | 39.25 | 41.31 |
| 17 | 3.98 | 4.42 | 5.70 | 6.41 | 7.56 | 8.67 | 27.59 | 30.19 | 33.41 | 35.72 | 40.79 | 42.88 |
| 18 | 4.44 | 4.90 | 6.26 | 7.01 | 8.23 | 9.39 | 28.87 | 31.53 | 34.81 | 37.16 | 42.31 | 44.43 |
| 19 | 4.91 | 5.41 | 6.84 | 7.63 | 8.91 | 10.12 | 30.14 | 32.85 | 36.19 | 38.58 | 43.82 | 45.97 |
| 20 | 5.40 | 5.92 | 7.43 | 8.26 | 9.59 | 10.85 | 31.41 | 34.17 | 37.57 | 40.00 | 45.31 | 47.50 |
| 21 | 5.90 | 6.45 | 8.03 | 8.90 | 10.28 | 11.59 | 32.67 | 35.48 | 38.93 | 41.40 | 46.80 | 49.01 |
| 22 | 6.40 | 6.98 | 8.64 | 9.54 | 10.98 | 12.34 | 33.92 | 36.78 | 40.29 | 42.80 | 48.27 | 50.51 |
| 23 | 6.92 | 7.53 | 9.26 | 10.20 | 11.69 | 13.09 | 35.17 | 38.08 | 41.64 | 44.18 | 49.73 | 52.00 |
| 24 | 7.45 | 8.08 | 9.89 | 10.86 | 12.40 | 13.85 | 36.42 | 39.36 | 42.98 | 45.56 | 51.18 | 53.48 |
| 25 | 7.99 | 8.65 | 10.52 | 11.52 | 13.12 | 14.61 | 37.65 | 40.65 | 44.31 | 46.93 | 52.62 | 54.95 |
| 26 | 8.54 | 9.22 | 11.16 | 12.20 | 13.84 | 15.38 | 38.89 | 41.92 | 45.64 | 48.29 | 54.05 | 56.41 |
| 27 | 9.09 | 9.80 | 11.81 | 12.88 | 14.57 | 16.15 | 40.11 | 43.19 | 46.96 | 49.64 | 55.48 | 57.86 |
| 28 | 9.66 | 10.39 | 12.46 | 13.56 | 15.31 | 16.93 | 41.34 | 44.46 | 48.28 | 50.99 | 56.89 | 59.30 |
| 29 | 10.23 | 10.99 | 13.12 | 14.26 | 16.05 | 17.71 | 42.56 | 45.72 | 49.59 | 52.34 | 58.30 | 60.73 |
| 30 | 10.80 | 11.59 | 13.79 | 14.95 | 16.79 | 18.49 | 43.77 | 46.98 | 50.89 | 53.67 | 59.70 | 62.16 |
| 40 | 16.91 | 17.92 | 20.71 | 22.16 | 24.43 | 26.51 | 55.76 | 59.34 | 63.69 | 66.77 | 73.40 | 76.09 |
| 50 | 23.46 | 24.67 | 27.99 | 29.71 | 32.36 | 34.76 | 67.50 | 71.42 | 76.15 | 79.49 | 86.66 | 89.56 |
| 60 | 30.34 | 31.74 | 35.53 | 37.48 | 40.48 | 43.19 | 79.08 | 83.30 | 88.38 | 91.95 | 99.61 | 102.69 |
| 70 | 37.47 | 39.04 | 43.28 | 45.44 | 48.76 | 51.74 | 90.53 | 95.02 | 100.43 | 104.21 | 112.32 | 115.58 |
| 80 | 44.79 | 46.52 | 51.17 | 53.54 | 57.15 | 60.39 | 101.88 | 106.63 | 112.33 | 116.32 | 124.84 | 128.26 |
| 90 | 52.28 | 54.16 | 59.20 | 61.75 | 65.65 | 69.13 | 113.15 | 118.14 | 124.12 | 128.30 | 137.21 | 140.78 |
| 100 | 59.90 | 61.92 | 67.33 | 70.06 | 74.22 | 77.93 | 124.34 | 129.56 | 135.81 | 140.17 | 149.45 | 153.17 |

**Tabell 3.** *t***-fördelningen**

$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in t(f)$




| $f$ | $\alpha$ 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 | 0.0005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 1.41 | 1.89 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.79 | 5.41 |
| 8 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.05 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 1.35 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.69 | 4.01 |
| 17 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.65 | 3.97 |
| 18 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 1.33 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.85 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 1.32 | 1.72 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.47 | 3.75 |
| 25 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.79 | 3.45 | 3.73 |
| 26 | 1.31 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.43 | 3.71 |
| 27 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.46 | 2.76 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.39 | 3.65 |
| 40 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 3.16 | 3.37 |
| $\infty$ | 1.28 | 1.64 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 3.09 | 3.29 |

**Tabell 2.** *F*-fördelningens kvantiler

$X \in F(\nu_1,\nu_2)$ där $\nu_1,\nu_2$ = antal frihetsgrader i täljaren respektive nämnaren. Vilket värde har $f_\alpha$

om $P(X > f_\alpha) = \alpha$ där $\alpha$ är en given sannolikhet.

**$\alpha = 0{,}05$**

| | $\nu_1$ = 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_2$ = 1 | 161,4 | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 234,0 | 236,8 | 238,9 | 240,5 | 241,9 | 243,0 | 243,9 | 244,7 | 245,4 | 245,9 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 | 19,38 | 19,40 | 19,40 | 19,41 | 19,42 | 19,42 | 19,43 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 | 8,76 | 8,74 | 8,73 | 8,71 | 8,70 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,94 | 5,91 | 5,89 | 5,87 | 5,86 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 | 4,70 | 4,68 | 4,66 | 4,64 | 4,62 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 4,03 | 4,00 | 3,98 | 3,96 | 3,94 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 | 3,60 | 3,57 | 3,55 | 3,53 | 3,51 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 | 3,31 | 3,28 | 3,26 | 3,24 | 3,22 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 | 3,10 | 3,07 | 3,05 | 3,03 | 3,01 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 | 2,94 | 2,91 | 2,89 | 2,86 | 2,85 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,85 | 2,82 | 2,79 | 2,76 | 2,74 | 2,72 |
| 12 | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 | 2,80 | 2,75 | 2,72 | 2,69 | 2,66 | 2,64 | 2,62 |
| 13 | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,83 | 2,77 | 2,71 | 2,67 | 2,63 | 2,60 | 2,58 | 2,55 | 2,53 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,76 | 2,70 | 2,65 | 2,60 | 2,57 | 2,53 | 2,51 | 2,48 | 2,46 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,71 | 2,64 | 2,59 | 2,54 | 2,51 | 2,48 | 2,45 | 2,42 | 2,40 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 | 2,46 | 2,42 | 2,40 | 2,37 | 2,35 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,61 | 2,55 | 2,49 | 2,45 | 2,41 | 2,38 | 2,35 | 2,33 | 2,31 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 | 2,46 | 2,41 | 2,37 | 2,34 | 2,31 | 2,29 | 2,27 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,54 | 2,48 | 2,42 | 2,38 | 2,34 | 2,31 | 2,28 | 2,26 | 2,23 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,35 | 2,31 | 2,28 | 2,25 | 2,22 | 2,20 |
| 25 | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 | 2,28 | 2,24 | 2,20 | 2,16 | 2,14 | 2,11 | 2,09 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 | 2,13 | 2,09 | 2,06 | 2,04 | 2,01 |
| 35 | 4,12 | 3,27 | 2,87 | 2,64 | 2,49 | 2,37 | 2,29 | 2,22 | 2,16 | 2,11 | 2,07 | 2,04 | 2,01 | 1,99 | 1,96 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,08 | 2,04 | 2,00 | 1,97 | 1,95 | 1,92 |
| 45 | 4,06 | 3,20 | 2,81 | 2,58 | 2,42 | 2,31 | 2,22 | 2,15 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,97 | 1,94 | 1,92 | 1,89 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,20 | 2,13 | 2,07 | 2,03 | 1,99 | 1,95 | 1,92 | 1,89 | 1,87 |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,17 | 2,10 | 2,04 | 1,99 | 1,95 | 1,92 | 1,89 | 1,86 | 1,84 |
| 70 | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,14 | 2,07 | 2,02 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,86 | 1,84 | 1,81 |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,13 | 2,06 | 2,00 | 1,95 | 1,91 | 1,88 | 1,84 | 1,82 | 1,79 |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,31 | 2,19 | 2,10 | 2,03 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,85 | 1,82 | 1,79 | 1,77 |
| ∞ | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 2,01 | 1,94 | 1,88 | 1,83 | 1,79 | 1,75 | 1,72 | 1,69 | 1,67 |

**Forts. nästa sida**

**Tabell 2 forts.** *F*-fördelningens kvantiler

$\alpha = 0{,}05$

| $\nu_2$ \ $\nu_1 =$ | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 100 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_2 = 1$ | 246,5 | 246,9 | 247,3 | 247,7 | 248,0 | 249,3 | 250,1 | 250,7 | 251,1 | 251,8 | 252,2 | 252,5 | 252,7 | 253,0 | 254,3 |
| 2 | 19,43 | 19,44 | 19,44 | 19,44 | 19,45 | 19,46 | 19,46 | 19,47 | 19,47 | 19,48 | 19,48 | 19,48 | 19,48 | 19,49 | 19,50 |
| 3 | 8,69 | 8,68 | 8,67 | 8,67 | 8,66 | 8,63 | 8,62 | 8,60 | 8,59 | 8,58 | 8,57 | 8,57 | 8,56 | 8,55 | 8,53 |
| 4 | 5,84 | 5,83 | 5,82 | 5,81 | 5,80 | 5,77 | 5,75 | 5,73 | 5,72 | 5,70 | 5,69 | 5,68 | 5,67 | 5,66 | 5,63 |
| 5 | 4,60 | 4,59 | 4,58 | 4,57 | 4,56 | 4,52 | 4,50 | 4,48 | 4,46 | 4,44 | 4,43 | 4,42 | 4,41 | 4,41 | 4,37 |
| 6 | 3,92 | 3,91 | 3,90 | 3,88 | 3,87 | 3,83 | 3,81 | 3,79 | 3,77 | 3,75 | 3,74 | 3,73 | 3,72 | 3,71 | 3,67 |
| 7 | 3,49 | 3,48 | 3,47 | 3,46 | 3,44 | 3,40 | 3,38 | 3,36 | 3,34 | 3,32 | 3,30 | 3,29 | 3,29 | 3,27 | 3,23 |
| 8 | 3,20 | 3,19 | 3,17 | 3,16 | 3,15 | 3,11 | 3,08 | 3,06 | 3,04 | 3,02 | 3,01 | 2,99 | 2,99 | 2,97 | 2,93 |
| 9 | 2,99 | 2,97 | 2,96 | 2,95 | 2,94 | 2,89 | 2,86 | 2,84 | 2,83 | 2,80 | 2,79 | 2,78 | 2,77 | 2,76 | 2,71 |
| 10 | 2,83 | 2,81 | 2,80 | 2,79 | 2,77 | 2,73 | 2,70 | 2,68 | 2,66 | 2,64 | 2,62 | 2,61 | 2,60 | 2,59 | 2,54 |
| 11 | 2,70 | 2,69 | 2,67 | 2,66 | 2,65 | 2,60 | 2,57 | 2,55 | 2,53 | 2,51 | 2,49 | 2,48 | 2,47 | 2,46 | 2,40 |
| 12 | 2,60 | 2,58 | 2,57 | 2,56 | 2,54 | 2,50 | 2,47 | 2,44 | 2,43 | 2,40 | 2,38 | 2,37 | 2,36 | 2,35 | 2,30 |
| 13 | 2,51 | 2,50 | 2,48 | 2,47 | 2,46 | 2,41 | 2,38 | 2,36 | 2,34 | 2,31 | 2,30 | 2,28 | 2,27 | 2,26 | 2,21 |
| 14 | 2,44 | 2,43 | 2,41 | 2,40 | 2,39 | 2,34 | 2,31 | 2,28 | 2,27 | 2,24 | 2,22 | 2,21 | 2,20 | 2,19 | 2,13 |
| 15 | 2,38 | 2,37 | 2,35 | 2,34 | 2,33 | 2,28 | 2,25 | 2,22 | 2,20 | 2,18 | 2,16 | 2,15 | 2,14 | 2,12 | 2,07 |
| 16 | 2,33 | 2,32 | 2,30 | 2,29 | 2,28 | 2,23 | 2,19 | 2,17 | 2,15 | 2,12 | 2,11 | 2,09 | 2,08 | 2,07 | 2,01 |
| 17 | 2,29 | 2,27 | 2,26 | 2,24 | 2,23 | 2,18 | 2,15 | 2,12 | 2,10 | 2,08 | 2,06 | 2,05 | 2,03 | 2,02 | 1,96 |
| 18 | 2,25 | 2,23 | 2,22 | 2,20 | 2,19 | 2,14 | 2,11 | 2,08 | 2,06 | 2,04 | 2,02 | 2,00 | 1,99 | 1,98 | 1,92 |
| 19 | 2,21 | 2,20 | 2,18 | 2,17 | 2,16 | 2,11 | 2,07 | 2,05 | 2,03 | 2,00 | 1,98 | 1,97 | 1,96 | 1,94 | 1,88 |
| 20 | 2,18 | 2,17 | 2,15 | 2,14 | 2,12 | 2,07 | 2,04 | 2,01 | 1,99 | 1,97 | 1,95 | 1,93 | 1,92 | 1,91 | 1,84 |
| 25 | 2,07 | 2,05 | 2,04 | 2,02 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,89 | 1,87 | 1,84 | 1,82 | 1,81 | 1,80 | 1,78 | 1,71 |
| 30 | 1,99 | 1,98 | 1,96 | 1,95 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,81 | 1,79 | 1,76 | 1,74 | 1,72 | 1,71 | 1,70 | 1,62 |
| 35 | 1,94 | 1,92 | 1,91 | 1,89 | 1,88 | 1,82 | 1,79 | 1,76 | 1,74 | 1,70 | 1,68 | 1,66 | 1,65 | 1,63 | 1,56 |
| 40 | 1,90 | 1,89 | 1,87 | 1,85 | 1,84 | 1,78 | 1,74 | 1,72 | 1,69 | 1,66 | 1,64 | 1,62 | 1,61 | 1,59 | 1,51 |
| 45 | 1,87 | 1,86 | 1,84 | 1,82 | 1,81 | 1,75 | 1,71 | 1,68 | 1,66 | 1,63 | 1,60 | 1,59 | 1,57 | 1,55 | 1,47 |
| 50 | 1,85 | 1,83 | 1,81 | 1,80 | 1,78 | 1,73 | 1,69 | 1,66 | 1,63 | 1,60 | 1,58 | 1,56 | 1,54 | 1,52 | 1,44 |
| 60 | 1,82 | 1,80 | 1,78 | 1,76 | 1,75 | 1,69 | 1,65 | 1,62 | 1,59 | 1,56 | 1,53 | 1,52 | 1,50 | 1,48 | 1,39 |
| 70 | 1,79 | 1,77 | 1,75 | 1,74 | 1,72 | 1,66 | 1,62 | 1,59 | 1,57 | 1,53 | 1,50 | 1,49 | 1,47 | 1,45 | 1,35 |
| 80 | 1,77 | 1,75 | 1,73 | 1,72 | 1,70 | 1,64 | 1,60 | 1,57 | 1,54 | 1,51 | 1,48 | 1,46 | 1,45 | 1,43 | 1,32 |
| 100 | 1,75 | 1,73 | 1,71 | 1,69 | 1,68 | 1,62 | 1,57 | 1,54 | 1,52 | 1,48 | 1,45 | 1,43 | 1,41 | 1,39 | 1,28 |
| ∞ | 1,64 | 1,62 | 1,60 | 1,59 | 1,57 | 1,51 | 1,46 | 1,42 | 1,39 | 1,35 | 1,32 | 1,29 | 1,27 | 1,24 | 1,00 |

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

# Rättningsblad

**Datum:** 29/11-16

**Sal:** Ugglevikssalen

**Tenta:** Regressions- och tidsserieanalys

**Kurs:** Regressionsanalys och undersökningsmetodik

**ANONYMKOD:** Reg-0019

☑ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

**OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN**

**Markera besvarade uppgifter med kryss**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Antal inl. blad |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | X | X | X | X | | | | | 6 |
| Lär.ant. 10 | 10 | 0 | 10 | 10 | | | | | |

| POÄNG | BETYG | Lärarens sign. |
|---|---|---|
| 40 | B | JS-S |

# SU, STATISTIK

Skrivsal: Uggleviksssalen Anonymkod: Reg-0019 Blad nr: 1

1) Givet i uppgiften: $\sum x_i^2 = 528$ $\sum y_i^2 = 58889$

$n = 10$ $\sum x_i = 66$ $\sum y_i = 763$

$\sum x_i \cdot y_i = 5254$

$y$ = försäljning (tkr)

$x$ = utgifter för marknadsföring (tkr)

$Y = B_0 + B_1 \cdot x + \varepsilon$

a) • Enligt formelsamling: $\hat{B}_1 = \dfrac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$

$\boxed{\bar{x}} = \sum x_i \cdot \frac{1}{n} = \frac{66}{10} = \boxed{6,6}$ , $\boxed{\bar{y}} = \sum y_i \cdot \frac{1}{n} = \frac{763}{10} = \boxed{76,3}$

$\hat{B}_1 = \dfrac{5254 - 10 \cdot 6,6 \cdot 76,3}{528 - 10 \cdot 6,6^2} = \dfrac{5254 - 5035,8}{528 - 435,6} = \dfrac{218,2}{92,4}$

$\boxed{\hat{B}_1} = \boxed{2,36}$ R

• Enligt formelsamling: $\hat{B}_0 = \bar{y} - \hat{B}_1 \cdot \bar{x}$

$\boxed{\hat{B}_0} = 76,3 - 2,36 \cdot 6,6 = \boxed{60,71}$ R

- $\hat{B}_1$ betyder att för varje tusental kronor som spenderas på marknadsföring stiger försäljningen med 2360 kr. R

- $\hat{B}_0$ betyder att om inga pengar läggs på marknadsföring så blir försäljningen 60710 kronor. R

• Determinationskoefficienten $R^2$ mäter hur stor variation i den beroende variabeln som förklaras av variationen hos de förklarande variabler som ingår i modellen.

- Enligt formelsamling:

$r = \dfrac{SSxy}{\sqrt{SSx \cdot SSy}} = \dfrac{Sx}{Sy} \cdot \hat{B}_1$

$r = \dfrac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2) \cdot (\sum y_i^2 - n\bar{y}^2)}} = \dfrac{5254 - 10 \cdot 6,6 \cdot 76,3}{\sqrt{(528 - 10 \cdot 6,6^2) \cdot (58889 - 10 \cdot 76,3^2)}}$

$= \dfrac{218,2}{\sqrt{(92,4) \cdot (672,1)}} = \dfrac{218,2}{249,2} = 0,8756 \Rightarrow \boxed{R^2} = \boxed{0,767}$ R

**SU, STATISTIK**

**Skrivsal:** Uggleviksssalen **Anonymkod:** Reg-0019 **Blad nr:** 2

1) Forts.

b) - Vill testa på 5% signifikansnivå huruvida X är en signifikant förklarande variabel.

- För att göra detta jämför vi $t_{obs}$ med $t_{krit}$ där:

$$\left\{\begin{array}{l} t_{obs} = \frac{\hat{\beta}_1}{S_{\hat{\beta}_1}} \\ t_{krit} = \left\{\begin{array}{l}\alpha = 5\% \\ \text{Dubbelsidigt test} \\ n = 10\end{array}\right\} = t_{0{,}025}(8) = \{\text{Tabell } 3\} = 2{,}31 \end{array}\right\}$$

R

- $S_{\hat{\beta}_1} = \{\text{Enligt formelsamling}\} = \frac{S_{y|x}}{S_x \cdot \sqrt{n-1}}$

- $S_{y|x} = \{\text{Enligt formelsamling}\} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \sum (y_i - \hat{y}_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot SSE}$

- $S_x = \{\text{Enligt formelsamling}\} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$

• $R^2 = \frac{SSM}{SST} = \frac{(SST - SSE)}{SST}$ , $\boxed{SST} = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2 = \boxed{672{,}1}$ R

- $0{,}767 = \frac{672{,}1 - SSE}{672{,}1} \Rightarrow \boxed{SSE} = \boxed{156{,}83}$ R

• $\boxed{S_{y|x}} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 156{,}83} = \boxed{4{,}4276}$

• $\boxed{S_x} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 92{,}4} = \boxed{3{,}2041}$

$\Rightarrow \boxed{S_{\hat{\beta}_1}} = \frac{4{,}4276}{3{,}2041 \cdot \sqrt{9}} = \boxed{0{,}461}$ R

• $\boxed{t_{obs}} = \frac{2{,}36}{0{,}461} = \boxed{5{,}124}$

Eftersom att $5{,}124 > 2{,}31$ så kan vi förkasta hypotesen att $\beta_1 = 0$, således förefaller variabeln vara signifikant förklarande!

R

Mycket bra!

**SU, STATISTIK**

Skrivsal: Uggleviksalen  Anonymkod: Reg-0019  Blad nr: 3

2) a) $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \varepsilon$  $n = 12$

Anova-tabell

| källa | Df | SS | MS | F |
|---|---|---|---|---|
| Regression | 4 | 100 | 25 | 0,1944 |
| Residual | 7 | 900 | 128,57 | |
| Total | 11 | 1000 | | |

R

Enligt: • $SST = SSR + SSE \Rightarrow 1000 = 900 + 100$

• $MS = SS/Df \Rightarrow \begin{cases} MSR = 100/4 = 25 \\ MSE = 900/7 = 128,57 \end{cases}$

• $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{25}{128,57} = 0,1944$

• $DFT = DFR + DFE = n - 1 = 11$

- $DFR = p =$ antal parametrar $= 4$

- $DFE = n - p - 1 = 12 - 4 - 1 = 7$

R

b) Att testa modellen i sin helhet på signifikansnivån 5% görs genom att jämföra $F_{obs}$ med $F_{krit}$ där:

$$\begin{cases} F_{obs} = \frac{MSR}{MSE} = 0,1944 \\ F_{krit} = F_{0,05}(p, n-p-1) = F_{0,05}(4,7) = \{\text{Tabell } 2\} = 4,12 \end{cases}$$ R

Eftersom att $F_{obs} < F_{krit}$ kan vi inte förkasta nollhypotesen, och Modellen i sin helhet verkar inte vara signifikant! R

- Eftersom att bara 10% av variationen förklaras av de ingående variablerna, och att $R^2$ kommer att sjunka ännu lägre när variabler tas bort så kommer det bästa möjliga scenariot att ge $MSR = 100$ o $MSE = 900/10 = 90$.

Det skulle innebära att $F = 1,11$ och alltså inte signifikant, därmed kan vi inte förkasta $H_0$. Ingen av de potentiella reducerade modellerna kan nå signifikans, förutsatt att en tillagd förklarande variabel inte kan bidra negativt till förklaringsgraden.

Du har nog rätt i detta resonemang [illegible]

## SU, STATISTIK

Skrivsal: Uggleviksssalen Anonymkod: Reg-0019 Blad nr: 4

3) Corr(Blodtryck, Bukomfång) = r = 0,298, n = 147

$H_0$: $\rho = 0{,}45$ $H_1$: $\rho < 0{,}45$, $\alpha = 0{,}05$. (Ensidigt test)

För att testa hypotesen att $\rho = 0{,}45$ jämförs $t_{krit}$ & $t_{obs}$

där:

$$\begin{cases} t_{obs} = \dfrac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \\ t_{krit} = \left\{\begin{array}{l} \alpha = 0{,}05 \\ \text{Enkelsidigt test} \\ n = 147 \end{array}\right\} = t_{0{,}05}(145) \sim t_{0{,}05}(\infty) = \{\text{Tabell 3}\} = 1{,}64. \end{cases}$$

Ej lämplig i denna situation

Men först måste vi justera för att ovan test är anpassat för att kontrollera om $\rho = 0$!

inför: $\tilde{\rho} = \rho - 0{,}45 = 0{,}298 - 0{,}45 = -0{,}152.$

$$\boxed{t_{obs}} = \frac{-0{,}152 \cdot \sqrt{145}}{0{,}9884} = \frac{-1{,}83}{0{,}9884} = \boxed{-1{,}852.}$$

$$\boxed{t_{krit}} = \boxed{1{,}64}$$

Eftersom att $|t_{obs}| > t_{krit}$ så kan vi förkasta $H_0$ till förmån för teorin att korrelationen mellan blodtryck och bukomfång är lägre än 0,45.

Riktigt försök att flytta testet till $\rho = 0$, men du får inte rätt slutsats.

Statistiska test är känsliga för de förutsättningar som görs när de härleds, så din metod är tyvärr ej att rekommendera

**SU, STATISTIK**

Skrivsal: Ugglevikssalen  Anonymkod: Reg-0019  Blad nr: 5

4) $n = 22$

a) Vill testa om $X_2$ bidrar till att predktera vikten hos bläckfiskarna i en modell som innehåller $X_1$ på 5% signifikansnivå

Att ta in $X_2$ i modellen gör att förklaringsgraden

Stiger från: $\frac{199{,}14534}{215{,}92475} = 0{,}92229 \sim 0{,}9223$ (för att jämföra)

till: $\frac{199{,}272}{215{,}92475} = 0{,}92288 \sim 0{,}9229$

Ett smått ofattbart lyft på $0{,}000587 \sim 0{,}0587\%$.

Signifikansen kan avgöras genom:

$$\boxed{F_{(df)}} = \frac{SSM(y_2) - SSM(y_1)}{MSE(y_2)} = \boxed{0{,}1445}$$ R

Eftersom att 0,145 är mindre än samtliga värden i Tabell 2 som visar $F(v_1, v_2)$ så går det enkelt att konstatera att vi inte kan påstå att $X_2$ bidrar signifikant. R

b) Nu testar vi istället genom att jämföra

$t_{obs} = \frac{\hat{b}_2}{s_{\hat{b}_2}}$ med $\boxed{t_{0{,}025}(20)} = \{\text{Tabell 3}\} = \boxed{2{,}09}$ R

Eftersom att $\boxed{t_{obs}} = \frac{\hat{b}_2}{s_{b_2}} = \frac{1{,}01253}{2{,}66347} = \boxed{0{,}38015}$ R kan vi även med t-testet konstatera att vi inte kan förkasta nollhypotesen. $X_2$ verkar inte bidra signifikant! R

c) $\boxed{F} = t^2 = \frac{\hat{b}_2}{s_{\hat{b}_2}} = \left(\frac{1{,}01253}{2{,}66347}\right)^2 = 0{,}38015^2 = \boxed{0{,}1445}$ R

**SU, STATISTIK**

Skrivsal: Uggleviksalen Anonymkod: Reg-0019 Blad nr: 6

5)

a) Den skattade modellen är:

$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = 2,3574 - 4,7625 \cdot x_1 + 0,7967 \cdot x_2$

Där p = Sannolikheten att y = 1 och inte 0. R

b) Den skattade oddskvoten för $x_2$ ges av $e^{b_2}$

- $\boxed{e^{b_2}} = e^{0,7967} = \boxed{2,218}$ R

- Ett 95%igt konfidensintervall ges av:

$\left(e^{b_2 - z \cdot S_{b_2}}, \; e^{b_2 + z \cdot S_{b_2}}\right)$ där $\begin{cases} z = 1,96 \text{ enligt } 95\%\text{-nivån} \\ S_{b_2} = 0,1447 \text{ enligt SAS-utskrift} \end{cases}$

- $e^{0,7967 - 1,96 \cdot 0,1447} = e^{0,513088} = 1,67$
- $e^{0,7967 + 1,96 \cdot 0,1447} = e^{1,08} = 2,95$

Svar: Konfidensintervallet är: (1,67, 2,95) för oddskvoten R

c) Sannolikheten att Y = 1 för $X_1 = 0,5$ o $X_2 = 0,5$ ges ur ekvationen i a).

$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = 2,3574 - 4,7625 \cdot 0,5 + 0,7967 \cdot 0,5 = 0,3715$

$\Rightarrow \frac{p}{1-p} = e^{0,3715} = 1,4543$

$p = 1,4543(1-p) \Rightarrow 2,4543\,p = 1,4543$

$\boxed{p} = \frac{1,4543}{2,4543} = \boxed{0,5926}$

Svar: Sannolikheten är 59,26% R