

Diagnostiska uppgifter i matematik

för användning i de tidiga skolåren



Dokumentet kan kostnadsfritt hämtas från www.skolverket.se

ISBN: 978-91-85545-85-8

Form: Ordförrådet AB

Illustratör: Pia Niemi

Stockholm 2010

Förord

Diagnostiska uppgifter i matematik – för användning i de tidiga skolåren är en publikation som bygger helt på den upplaga som utkom 2000. Endast mindre ändringar, främst gällande kontaktuppgifter, har gjorts i den här upplagan som kostnadsfritt kan laddas ner från Skolverkets webbplats.

(www.skolverket.se/publikationer)

Diagnostiska uppgifter i matematik – för användning i de tidiga skolåren syftar till att ge stöd för lärares bedömning av kunskaper i ämnet matematik i de tidiga skolåren. Materialet har formen av en uppgiftsbank och kan användas från årskurs 1. För att underlätta en pedagogisk dokumentation i matematik erbjuds lärarna dessutom *Analyschema i matematik – för åren före årskurs 6*. Analyschemat kan också laddas ner från Skolverkets webbplats.

PRIM-gruppen vid Stockholms universitet har på Skolverkets uppdrag utarbetat *Diagnostiska uppgifter i matematik – för användning i de tidiga skolåren*. Projektledare är Astrid Pettersson och ansvarig för de diagnostiska materialen är Lisa Björklund Boistrup. Innehållet i denna publikation bygger på ett material, som utvecklats av Dagmar Neuman.

Stockholm i februari 2010

Wolfgang Dietrich
Undervisningsråd

Innehåll

Lärarinformation	4
Nationella diagnostiska material och prov	4
Vad har varit viktigt i utvecklingsarbetet?	4
Vad innehåller <i>Diagnostiska uppgifter i matematik – för användning i de tidiga skolorn?</i>	5
Vad ska diagnostiseras?	6
Hur och när kan din klass arbeta med materialet?	6
Åtgärder	6
Synpunkter	7
Förfrågningar	7
Beskrivning av delarna A–F och deras syften	7
Kopiering	8
Uppgifter som eleverna arbetar med individuellt	8
Användning av miniräknare	9
Gruppuppgifter	9
Delarna A–F	10
Del A	10
Del B	12
Del C	14
Del D	18
Del E	22
Del F	27
Underlag för individuella samtal	34
Kopieringsunderlag	36
Dokumentation av elevens kunskande i matematik	41
Kopieringsunderlag	42
Lärarenkät – Diagnostiska uppgifter i matematik	44
Elevmaterial	50
Kopieringsunderlag	50

- **Uppgifterna är ursprungligen framtagna för årskurs 2, men kan även användas för andra årskurser.**
- **Uppgifterna ska betraktas som en uppgiftsbank där läraren/arbetslaget avgör vilka uppgifter eleverna ska arbeta med.**
- **Arbetet med materialet ska integreras i den vanliga undervisningen.**
- **Eleverna ska få så mycket tid de behöver när de arbetar med uppgifterna.**
- **Läraren kan hjälpa eleverna med att exempelvis läsa uppgifter högt, förklara svåra ord, berätta vad uppgiften handlar om.**

Lärarinformation

Nationella diagnostiska material och prov

Det nationella provsystemet i grundskolan består av diagnostiska material och ämnesprov.

Det diagnostiska materialet i matematik som kan användas till och med målen att uppnå i årskurs 5 består av två delar. Ena delen är den uppgiftsbank med diagnostiska uppgifter som finns i detta häfte och som är en lätt revidering av det tidigare utgivna *Diagnostiskt material i matematik för skolår 2* (Skolverket 1996). Dess syfte är att belysa barnets kunnande i matematik och den kan vara ett stöd för läraren att avgöra om barnet har det kunnande som krävs för att barnet troligtvis kommer att nå kursplanens mål att uppnå för årskurs 5. Den andra delen är *Analysschema i matematik – för åren före årskurs 6* som syftar till att vara en hjälp för läraren/förskolläraren att analysera och dokumentera den kunskap som barnet visar i matematik fram till och med målen att uppnå i årskurs 5.

Det diagnostiska materialet i matematik för de senare årskurserna tar sin utgångspunkt i målen att uppnå för årskurs 5 och sträcker sig till den kunskap som elever kan visa i årskurs 9. Materialet består dels av ett analysmaterial, dels av diagnostiska uppgifter för årskurs 6–9. De diagnostiska uppgifterna för årskurs 6–9 är en revidering och komplettering av *Diagnostiskt material i matematik för skolår 7* (Skolverket 1996).

Ämnesprov i matematik ges i årskurs 3, 5 och 9. Syftet med ämnesproven i årskurs 3 och 5 är att de ska vara ett stöd för läraren att bedöma om barnet har den kunskap som krävs för de olika målen att uppnå. Syftet är också diagnostiskt och proven ska således vara en hjälp att planera undervisningen för att på bästa sätt kunna stödja elevens kunskapsutveckling. I årskurs 9 syftar ämnesproven till att bedöma elevernas kunskapsutveckling och ge stöd för betygssättning.

Vad har varit viktigt i utvecklingsarbetet?

Enligt Skolverkets uppdrag ska läroplanens syn på kunskap och inläring genomsyra de nationella proven oavsett om de är diagnostiska material eller ämnesprov. En annan väsentlig utgångspunkt förutom läroplanen är naturligtvis kursplanen i matematik. Övriga viktiga utgångspunkter för vårt arbete är regeringens direktiv, aktuell forskning och internationell utveckling inom området samt undervisningspraxis och matematikundervisningens förändring.

Med utgångspunkt i våra analyser av främst läroplan och kursplan har ambitionen varit att utforma materialen så att eleverna i så stor utsträckning som möjligt får visa att de

- behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet
- besitter beständiga kunskaper, som utgör den gemensamma referensram som alla i samhället behöver
- behärskar grundläggande matematiska begrepp och metoder
- kan använda matematikens språk, symboler och uttrycksformer

- kan förstå och använda matematiska resonemang
- kan skapa, använda och granska matematiska modeller
- kan förstå, formulera och lösa matematiska problem
- kan tolka och värdera lösningar
- kan med förtrogenhet och omdöme använda sig av miniräknarens möjligheter
- kan redovisa sina tankegångar i bild, skrift och tal
- kan använda sina kunskaper som redskap för att
 - formulera och pröva antaganden och lösa problem
 - kritiskt granska och värdera påståenden och förhållanden
 - reflektera över erfarenheter
- kan dra slutsatser, generalisera, förklara och argumentera för sitt tänkande.

Vad innehåller *Diagnostiska uppgifter i matematik – för användning i de tidiga skolåren?*

Vid vårt arbete med att utveckla materialet har vi lagt stor vikt vid att eleven får visa sin uppfattning om olika matematiska begrepp samt sin förmåga att kommunicera matematik. Vi har både individuella skriftliga uppgifter och gruppuppgifter därför att vi vill ge underlag för diagnos av vad eleven kan klara på egen hand och vad eleven kan klara med hjälp av lärare och/eller kamrater.

Materialet består av fem komponenter:

- Uppgifter att lösa individuellt
- Uppgifter att lösa i grupp
- Underlag för elevsamtal
- Frågor till eleven om matematik
- Underlag för dokumentation

De uppgifter som eleverna ska lösa individuellt är samlade i sex olika delar, A–F. Delarna är ordnade i svårighetsgrad, så att del A anses vara den lättaste och del F den svåraste. Utprövningar har visat att det är stor skillnad mellan vad eleverna behöver i tid för arbetet med de olika delarna. Några elever klarade uppgifterna i en del på 20 minuter, medan andra behövde 90 minuter med uppgifterna i samma del. Det är viktigt att eleverna så långt som möjligt får den tid, som de behöver.

Den sista uppgiften i varje del ska lösas av eleverna i grupp. För fyra av dessa (A, B, E och F) är det viktigt att eleverna får arbeta med gruppuppgifterna individuellt innan de börjar arbetet i grupp.

I materialet finns ett underlag för individuella samtal, som du kan använda till exempel för de elever som du bedömer har stora svårigheter i matematik.

Vi har också med några frågor till eleven om matematik. Dessa frågor behandlar elevens inställning till matematik och vad hon/han vill lära sig. Frågorna kan hänföras till ett av läroplanens övergripande mål, som behandlar elevens medvetenhet om och ansvar för den egna inlärningen, något som också är en viktig del vid diagnostisering.

Dina iakttagelser av varje elevs förtjänster och brister i matematik, både i samband med detta material och i det övriga skolarbetet, kan du sedan sam-

manfatta i underlaget *Dokumentation av elevens kunnsande i matematik*. Om du använder det vid flera tillfällen kan elevens kunskapsutveckling över tid beskrivas.

Vad ska diagnostiseras?

Det finns ingenting som kan ersätta lärarnas iakttagelser och erfarenheter vid diagnostisering av elevernas kunskaper. Det material som här erbjuds skolorna ska vara ett stöd för detta arbete.

I försöken att förstå resultaten av elevers arbete med materialet är det av ringa intresse att räkna antalet korrekta svar. Det som är angeläget är att förstå hur eleverna har kommit fram till sina svar. Viktigt är att analysera *hur* eleven har arbetat med uppgifterna och *vilka kvaliteter* de olika lösningarna har. Ett viktigt led i bedömningen är att eleverna får komplettera de lösningar som är oklara eller ofullständiga.

För att uppgifterna ska kunna fungera diagnostiskt måste eleverna ibland få möjlighet att redovisa hur de arbetat med dem. De elever som har svårt att uttrycka sig i skrift och bild bör få möjlighet att muntligt beskriva hur de arbetat med uppgifterna.

När elevens kunnsande ska beskrivas kan vårt underlag för dokumentation av elevens kunnsande användas. Du kan sedan tillsammans med eleven diskutera det som framkommit i underlaget.

Hur och när kan din klass arbeta med materialet?

Meningen är att de olika delarna ska användas på ett flexibelt sätt. Du kan betrakta materialet som en *uppgiftsbank*, där du avgör vilka uppgifter, som du anser att dina olika elever bör arbeta med. I så stor utsträckning som möjligt ska materialet *integreras i den vardagliga undervisningen*. Det betyder bland annat att eleverna inte behöver arbeta med alla uppgifter i en del vid ett enda tillfälle, utan arbetet kan fördelas över flera tillfällen. Vid något tillfälle kanske de arbetar med en enda uppgift. Det är viktigt att varje elev får arbeta med uppgifterna på ett sådant sätt att han/hon kan göra sitt bästa.

De olika delarna, A–F kan användas under en lång tidsperiod. Elevmaterialet är ursprungligen utarbetat för elever i årskurs 2. Det är användbart även för elever i andra åldrar, framför allt de som går i årskurs 1–3.

Generellt gäller att du får anpassa materialets användning till dina elever på det sätt som du finner lämpligast. Du kan exempelvis läsa uppgifterna och förklara svåra ord för de elever som så behöver. Du får också hjälpa elever på vägen till en lösning om du finner det lämpligt. Huvudsaken är att elevernas arbete med materialet kan vara ett stöd vid din diagnostisering av vad de kan och inte kan.

Åtgärder

I läroplanen och kursplanerna finns mål fastställda för skolan och för de olika ämnena. Däremot finns inte några direktiv om hur målen ska nås. Frågor rörande detta avgörs lokalt och av enskilda lärare och lärargrupper. De kommentarer som här ges är därför av mer övergripande slag och baserar sig på läroplanens kunskapssyn och kursplanens ämnessyn.

Synpunkter

När materialet gavs ut för första gången hade lärarna möjlighet att ge synpunkter på materialet. PRIM-gruppen har haft mycket nytta av denna lärarkontakt. Synpunkterna har bl a inneburit att omarbetningen inte blivit särskilt omfattande. Även i detta material finns en lärarenkät som vi ber dig fylla i och skicka till oss. Lärarnas synpunkter är alltid mycket viktiga när vi utarbetar våra olika provmaterial. Du behöver inte vänta till dess att eleverna har arbetat med hela materialet. Dina kontinuerligt givna kommentarer till oss är mycket värdefulla. Vi kommer också att kontakta ett urval av skolor för att närmare undersöka hur arbetet med det diagnostiska materialet har fungerat.

Skicka dina synpunkter till

PRIM-gruppen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm

Förfrågningar

Frågor om materialet i matematik ställs till PRIM-gruppen,
e-post: info@prim-gruppen.se eller telefon

Anette Skytt	08-12 07 66 41
Astrid Pettersson	08-12 07 65 90
Inger Stenström (adm)	08-12 07 65 82

Frågor av principiell karaktär ställs till Skolverket,
Maj Götefelt, e-post: maj.gotefelt@skolverket.se

Beskrivning av delarna A–F och deras syften

Elevmaterialet finns på s 50 ff. Uppgiftsmaterialet är samlat i sex olika delar. Dessa delar avser att diagnostisera olika mål att sträva mot och i viss mån de mål som ska uppnås för årskurs 5. Målen att sträva mot ger inriktning för undervisningen i matematik. De är av två slag. Det finns övergripande mål för allt ämnesinnehåll och det finns mål som omfattar kunskaper som är specifika för olika ämnesinnehåll. Vid uppgiftskonstruktionen har vi tagit hänsyn till bägge slagen av mål att sträva mot. Allmänt kan sägas att materialet innehåller uppgifter som i någon utsträckning svarar mot alla övergripande mål att sträva mot med ett undantag, nämligen det historiska perspektivet.

För att det ska gå lättare för lärare att hitta uppgifter i de olika delarna som avser att pröva ett specifikt område, har vi gjort den översikt som finns på nästa sida. Där kan du hitta samtliga uppgifter, var och en av dem relaterad till det kunskapsområde den främst avser att pröva. En del uppgifter avser att pröva flera olika områden och finns då med på flera ställen. Rubrikerna i översikten stämmer överens med de rubriker som finns i underlaget *Dokumentation av elevens kunskande i matematik*.

Kunskapsområden som provas i olika uppgifter

	Individuella samtal	Del A	Del B	Del C	Del D	Del E	Del F
Mätning och rumsuppfattning							
Grundläggande rumsuppfattning		1, 3, 7	9	8	8	10	9
Avbildning, förstoringar och förminsningar		3	9				9
Mönster		1, 7		8	8	10	
Symmetri		3	9			10	
Längd						4–5	1, 5
Massa (vikt)						2	
Area					7 ¹	1, 3 ¹ , 5	
Tid						2	
Sortering, tabeller och diagram							
Klassificering och sortering		grupp					
Tabeller		grupp					
Diagram		grupp					
Taluppfattning							
Positionssystemet			2–5	3		1	
Räknesekvens	s. 39						
Uppdelning av tal	s. 37						
Huvudräkning	s. 38, 40			grupp			1–3, 5
Skriftliga räknemetoder				5			2–3 ²
Miniräknare						samtliga	
Förståelse för räknesätten	s. 38, 40	5		6, grupp	7, grupp	2–9	1, 5–7, grupp
Mönster			grupp			grupp	
Hälften/dubbelt		2, 4, 6	1, 8	2, 4, 7	3–4, 6–7	7	4
Tal i bråkform							6, 8

¹ Dessa uppgifter prövar i första hand hälften/dubbelt men kan också visa begrepps-förståelse för area.

² Dessa uppgifter prövar i första hand huvudräkning men kan också visa skriftliga räknemetoder.



Kopiering

Allt elevmaterial ska *kopieras* och vi rekommenderar att det trycks enkelsidigt. Som försättsblad till delarna A–F kan du använda det första bladet i kopieringsunderlaget. På det sättet hoppas vi att eleverna ska kunna uppleva uppgifterna som situationer, där de då och då får träffa ett par kamrater och arbeta tillsammans med dem.

Uppgifter som eleverna arbetar med individuellt

Det är väsentligt att eleverna får klart för sig att det finns uppgifter i materialet som de kanske inte alls känner igen. Men det gäller ändå att försöka lösa dem. Det är viktigt att var och en arbetar med dessa uppgifter ensam.

Eleverna behöver förutom penna och radergummi ha tillgång till *färgpennor* vid arbetet med *samtliga* delar.

Allt material handlar om Måns och Mia. Som introduktion till elevernas arbete kan du berätta lite om dem. Vi ger här ett *förslag till innehåll* i en sådan berättelse och *en introduktion till arbetet*.

Måns och Mia är syskon. Måns är 9 år och Mia är 7 år. De tycker om att gissa gåtor och att ge varandra problem att lösa. Nu vill de att du också ska vara med och lösa problem.

Måns och Mias problem handlar ofta om sådant som kanske inte alls har förekommit i undervisningen i klassen än. Man måste själv försöka fundera ut hur de ska lösas. Det viktigaste är att försöka. Ibland lyckas man själv och ibland lyckas någon annan i klassen. När alla är klara får man jämföra och se vad som är rätt. Ganska ofta kan flera svar vara lika riktiga till de här problemen.

Den lilla ”penngubben” som står i marginalen till en del uppgifter uppmanar eleverna att rita eller skriva hur de löser uppgiften. För att du som lärare ska kunna bedöma dessa uppgifter måste eleven ha försökt att skriva något på det tomma utrymme som i dessa uppgifter är avsett för redovisning. Formen för redovisningen får till att börja med bli som den blir. Det som ska iakttas är om barnen är så medvetna om sitt eget sätt att lösa uppgiften så att de på *något* sätt kan uttrycka detta så att andra kan förstå vad de menar.

Användning av miniräknare

Miniräknaruppgifterna finns i del E. Miniräknaren ska också vara tillgänglig i alla gruppuppgifter. I de övriga delarna ska miniräknare inte finnas tillgänglig.

Gruppuppgifter

Syftet med gruppuppgifterna är bl a att eleverna ska få möjlighet att muntligt förklara och argumentera för sin lösning. De ska också få möjlighet att tillsammans komma överens om en redovisning och redogöra och argumentera för den. På fyra av gruppuppgifterna (A, B, E och F) ska eleverna först arbeta enskilt innan de arbetar i grupp.

Elevernas arbete med gruppuppgifterna kan ge dig som lärare kompletterande information om vad eleverna kan och inte kan. Vid utprövningarna var det flera lärare som uppgav att de elever som har svårigheter att visa vad de kan när de arbetar enskilt hade lättare att visa detta när de fick arbeta i grupp och tala matematik. Det är därför viktigt att vid grupparbete särskilt uppmärksamma dessa elever.

Det är särskilt väsentligt vid elevernas arbete i grupp att studera processen, alltså hur eleverna arbetar och kommer fram till sina olika resultat.

- Kan eleven argumentera för sin lösning?
- Behärskar eleven det matematiska språk som behövs?
- Har eleven tilltro till det egna tänkandet?
- Vilken uppfattning om matematiska begrepp visar eleven?

Andra viktiga iakttagelser som du kan göra är exempelvis:

- Vem/vilka skriver och sammanfattar?
- Vem/vilka tar ansvar så att arbetet drivs framåt?

A

Vi rekommenderar att grupparbetena följs upp med diskussion i halvklass eller helklass. Lärarens roll är viktig i grupparbete och helklassdiskussioner. Om inte läraren är uppmärksam på att gruppen fungerar socialt och att alla elever ger sitt bidrag i helklassdiskussioner frigörs inte den dynamiska kraft som samarbete kan utveckla. Läraren måste också tydligt uttrycka sin förväntan att alla ska försöka lösa de problem som gruppen arbetar med, att det är försöken som är viktigast och att det får ta tid att försöka.

En mycket viktig roll för läraren är också att vara ”provokatör” i diskussionen, att ställa ”varför-frågor” och frågor av typen ”men om det skulle vara så här ... hur skulle det bli då?”

Delarna A–F

Som tidigare nämnts består materialet av olika delar, ordnade efter svårighetsgrad där del A anses vara den lättaste och del F den svåraste.

Här beskriver vi vad varje uppgift i de sex delarna avser att pröva. Vi ger ibland förslag på genomförande och hur arbetet kan introduceras. Vi ger exempel på autentiska elevlösningar samt hur de kan analyseras. Vi har lyft fram såväl missuppfattningar som olika fruktbara idéer, som vi har iakttagit i redovisningarna gjorda av eleverna i utprovningarna. Vi använder här uttrycket ”missuppfattningar” för att visa på ofta återkommande felsvar. En missuppfattning kan ibland bero på att barnet har missförstått frågan och ibland på bristande begreppsförståelse. Det är viktigt att du som lärare går tillbaka till barnet för att ta reda på vilken typ av missuppfattning som det handlar om i den enskilda situationen.

Del A

Avser att pröva

Uppgifterna 1, 3 och 7 avser att pröva grundläggande rumsuppfattning. Uppgift 3 prövar också avbildning och känslan för symmetri medan uppgift 1 och 7 även prövar mönster.

Uppgift 2 avser att pröva begreppet ”hälften av” och *uppgift 4* det betydligt svårare begreppet ”hälften så många”. I båda fallen är det själva begreppet som prövas och inga beräkningar krävs.

Uppgift 5 avser att pröva förmågan att översätta vardagsspråket i ett enkelt problem till matematik, i detta fall förståelsen för att ”2 kronor tillbaka” betyder att man ska räkna ut skillnaden mellan 2 kr och 5 kr.

Uppgift 6 avser att pröva begreppet ”dubbelt så många”. Även här är det själva begreppet som prövas. Inga beräkningar krävs.

Gruppuppgiften avser att pröva elevernas förmåga att

- tolka och fullborda en påbörjad tabell och ett påbörjat diagram
- sammanställa data i en tabell och/eller ett diagram som berättar om något de själva har valt att undersöka.

Förslag till genomförande och introduktion av vissa uppgifter

Uppgift 6

Berätta att Måns har använt en svart penna för att färglägga några av sakerna på vänstra sidan och att barnen ska färglägga dubbelt så många på högra sidan.

Gruppuppgift

Dela ut arbetsbladen. Berätta att Mia har börjat skriva ner hur många leksaker hon har av varje slag men att hon har slutat mitt i arbetet. Uppmana barnen att göra bladet klart. Det får de göra individuellt. Är det något de inte förstår får de vänta med det.

Bilda grupper på det sätt du själv tycker är bäst. Två–tre barn i varje grupp brukar vara bra. Låt barnen jämföra sina arbetsblad och diskutera med varandra tills alla är nöjda. Till sist får varje grupp visa sitt blad för hela klassen och prata litet om det. De ska sedan själva försöka göra en tabell och/eller ett diagram. Vad de ska räkna och jämföra får de naturligtvis hitta på själva. Avsluta med att låta de olika grupperna få presentera sina arbeten för varandra.

Analys och exempel

Uppgifterna 1, 3 och 7

De flesta eleverna i utprovningarna har tyckt att mönstren och avbildningarna var de allra roligaste uppgifterna i materialet. De har också varit förvånansvärt skickliga att klara många även ganska invecklade mönster och avbildningar. Deras prestationer står i kontrast till andra elevers, som hade stora problem både med mönster och avbildningar och som blev mycket frustrerade av dessa uppgifter.

Uppgifterna 2 och 4

”Hälften av” (uppgift 2) klarar de flesta elever. De tänker på ”likadelning”. En missuppfattning som ofta uttrycktes i nästan samtliga uppgifter som handlade om hälften så många var att *hälften så många är detsamma som dubbelt så många*. Barnen ”luras” förmodligen av ordet ”många” i uttrycket ”så många”.

Uppgift 5

Några elever har skrivit ”7 kronor” som svar på uppgiften och ibland redovisat $5 + 2 = 7$. En trolig förklaring är att de inte förstår vad plus- och minustecknen innebär. Men det kan också tänkas att de inte förstår vad som händer när man ”betalar och får tillbaka” – att detta för dem betyder att man får tillbaka de 5 kronor man lämnade samt ytterligare 2 kronor.

En elev svarar ”20” utan redovisning. Den typen av svar är allvarliga varningssignaler. De kan – men behöver inte – betyda att eleven ännu inte förstår meningen med ”att räkna”. Några elever redovisar att de ”räknar på fingrarna”. Detta kan tyda på att de ännu inte har framgångsrika strategier i addition/subtraktion inom talområdet 1–10.

Uppgift 6

Vi har träffat på två ungefär lika vanliga missuppfattningar i samtliga de uppgifter som avser att pröva begreppet ”dubbelt så många”.

1. ”Dubbelt så många” är ”lika många”.
2. ”Dubbelt så många” betyder ”lika många och så en till”.

De barn som uttrycker den första uppfattningen målar exempelvis två katter, även i höger ruta. Att måla dubbelt så många katter i höger ruta som i vänster kan för dem betyda att måla så många katter i höger ruta att det *sammanlagt* i de två rutorna blir dubbelt så många katter som i vänster ruta.

B

Den andra uppfattningen kan enligt våra erfarenheter vid samtal med barn ibland bero på att de har tolkat förklaringar av typen: ”Först ska du ta två, och så två en gång till”, som ”två och så en till”. En annan förklaring kan vara att ”dubbelt” helt enkelt betyder ”litet mer”.

Gruppuppgiften till del A

Uppfinningsrikedomen när det gällde att hitta något att framställa i ett diagram var stor. En del grupper hade gjort diagram på klassens älsklingsfärger, husdjur och så vidare. Ett och annat av elevernas egna diagram såg ut ungefär som stapeldiagrammet, men grupperna hade också upfunnit egna diagram, som oftast tydligt visade skillnaden mellan vad det fanns fler och färre av.

Del B

Avser att pröva

Uppgift 1 avser att pröva begreppet ”hälften så många”. Det är själva begreppet som provas och inga beräkningar krävs. Men det provas i en mer krävande situation än i del A, eleverna måste själva välja det antal som de sedan ska ta ”hälften så många” av.

Uppgifterna 2–7 avser att pröva taluppfattning, genom tolkning av olika slags ”talmodeller”. Dessa uppgifter, framför allt 2–5, kan visa viss kunskap om positionssystemet.

Uppgift 8 avser att pröva begreppet ”dubbelt så många” i en situation där inga beräkningar krävs. Men även det provas här i en mer krävande situation än i del A, eleverna måste själva välja det antal som de ska ta ”dubbelt” av.

Uppgift 9 avser att pröva grundläggande rumsuppfattning, förstoring och känslan för symmetri.

Gruppuppgiften avser att pröva mönster i en situation där barnet också kan få användning för sin kreativitet, logik och slutledningsförmåga. Kan den enskilde eleven – och sedan eleverna i gruppen – dra slutsatsen ”Det måste vara dubbelt så många” genom den information som finns i bilden?

Förslag till introduktion

Uppgifterna 2–9

Vi tror det är nödvändigt att samtala med barnen om uppgifterna 2–9, innan de får börja arbeta i häftet.

Berätta att Måns och Mia tycker om att ”tänka på tal”. De ritat ibland tal och låter varandra gissa vad de har ritat. Oftast är det Måns som ritat och Mia som gissar. Här frågar Mia Måns hur han tänker på talet 13.

Berätta för barnen att de kan se hur han har ritat 13 här och att de kanske skulle ha ritat 13 på ett helt annat sätt. Måns har också flera idéer om hur man kan rita 13. I uppgift 2 visar han till exempel att man kan rita 13 utan att rita 13 saker.

Tala också litet om uppgifterna på nästa sida. Berätta att Måns har ritat 35. Men nu har han ritat på ett helt annat sätt.

Analys och exempel

Uppgift 1

Se del A, uppgifterna 2 och 4.

Uppgifterna 2–9

En del elever visade vid utprövningarna att de inte alls förstod att talen i uppgifterna 2–5 var strukturerade enligt tanken ”10-tal och ental”. Dessa elever visade även på andra sätt att de hade en mycket vag uppfattning om 10-basen.

Att barn formade en figur av tre 10-tal och åtta ental i dessa uppgifter var emellertid ingen garanti för att de var förtrogna med 10-basen förstod vi av deras sätt att lösa andra problem. Elever som klarade detta hade förmodligen arbetat med 10-basmaterial och ritat 38 på det sätt de nu byggde det. Men alla hade tydligen inte förstått att 10-stavarna var sammansatta av – eller kunde delas upp i – 10 ental. Dessa elever kunde kalla 10-tal och ental för ”pinnar” och ”klossar”. Om man uppfattar 10-stavarna så ritas man 38 korrekt åtminstone i uppgift 3. Däremot klarar man inte att till exempel lösa uppgifterna 10 och 11 i *Underlag för individuella samtal* utan att räkna 22 steg framåt eller 10 bakåt. Tjugotvå pepparkakor kan inte vara ”två pinnar och två klossar” och 10 personer kan inte vara en pinne. Inte heller klarar elever som uppfattar 10-talen att räkna ut hur många kronor Mia har, när hon har hälften så många som Måns, som har 70 kronor. (Se analysen till uppgift 4, del F.)

Uppgifterna 6–7 visar främst om barnen förstår hur relationerna mellan 20 och 40 respektive 30 och 60, kan framställas i en modell.

Uppgift 8

Se del A, uppgift 6.

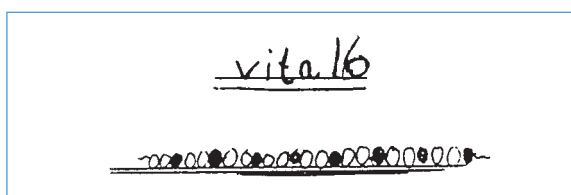
Uppgift 9

Se del A, uppgift 3.

Gruppuppgiften till del B

Lärarna som deltog i utprövningarna beskrev hur alla barn i regel hade ett individuellt utarbetat förslag med sig till gruppen. Här är några exempel på individuella förslag.

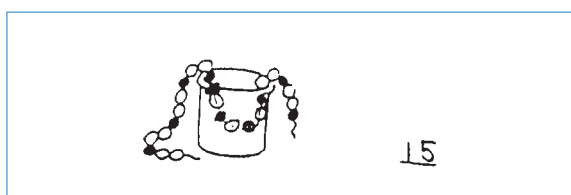
Bilderna visar olika detaljer som barnen ofta missade i bildens information, men också hur en del elever inte missade något och hur andra inte ens behövde någon konkret bild för att förstå att det var dubbelt så många vita pärlor som svarta. (I utprövningsversionen såg man sex svarta och 12 vita pärlor.)



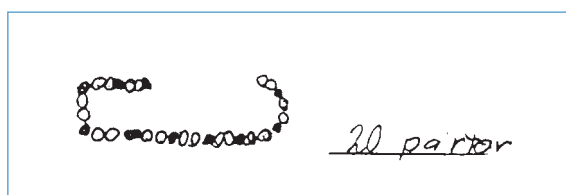
Eleven har inte kommit ihåg att det skulle vara tio svarta pärlor. Hon har bara gjort halsbandet lite längre.



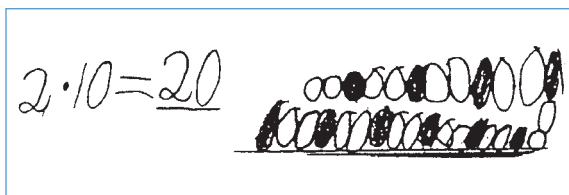
Den här eleven fortsätter med så stor del av halsbandet som hon får plats med i burken. Det blir 9 svarta pärlor.



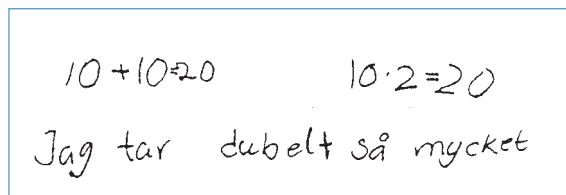
Här har eleven inte tagit hänsyn till mönstret: en svart pärla, två vita pärlor, men har ritat 10 svarta pärlor.



Här har eleven tagit hänsyn både till antal svarta pärlor och till mönstret. Det som saknas är en slutsats.

C

Teckning med matematiskt uttryckt slutsats.



Inga teckningar, enbart slutsatserna utskrivna.

Barnen såg ofta kamraternas ”fel” och med kamraternas hjälp också sina egna. I en och annan grupp kom dock eleverna inte fram till att det behövdes dubbelt så många vita pärlor som svarta förrän i helklassdiskussionen.

Del C

Avser att pröva

Uppgift 1 avser att pröva begrepp om jämförelse och mätning av längd.

Uppgift 2 avser att dels pröva begreppet ”hälften så många”, dels förmågan att beräkna vad hälften så många är.

Uppgift 3 avser att pröva förståelsen för siffrors platsvärde.

Uppgift 4 avser dels att pröva begreppet ”dubbelt så många”, dels att pröva förmågan att beräkna vad ”dubbelt så många” är.

Uppgift 5 avser att pröva uppfattningar av hur man kan utföra en subtraktion med två 2-siffriga tal med någon form av skriftliga räknemetoder.

Uppgift 6 avser att pröva förståelse för addition genom att barnen får i uppgift att översätta en matematisk utsaga till vardagsspråk.

Uppgift 7 avser att pröva begreppet ”dubbelt så *mycket* som” (tidigare har bara ”dubbelt så många som” prövats). Barnen kan också visa förståelse för area-begreppet i denna uppgift.

Uppgift 8 avser att pröva rumsuppfattning och känslan för mönster nu med litet mer avancerade mönster än de som finns i del A.

Gruppuppgiften ger barnet möjlighet att visa sin förståelse för räknesätten och sin huvudräkningsförmåga. Uppgiften kan också pröva förmågan att samarbeta, lyssna, argumentera och förklara.

Kommentarer

Uppgift 2

I uppgift 2 skriver många barn ”Jag vet”. Detta är naturligt, eftersom ”hälften så många som 14” ofta är en automatiserad kunskap i årskurs 2. Det är emellertid intressant att iakta de strategier barn använder, just innan denna kunskap har automatiserats. Därför finns ”penngubben” med.

Uppgift 3

I uppgift 3 glömmar ett och annat barn att Måns säger att det är *de tre korten med 2, 4 och 7* barnen ska göra andra tal av. Betona därför vid en eventuell genomgång vad Måns säger.

Uppgift 5

Vid utprövningar diskuterade vi med eleverna att man kan lösa problem på många olika sätt. Vi pratade också om att en del sätt är litet enklare och en del

litet arbetsammare men att det viktiga till att börja med är att ha något sätt som man kan använda. Vi konstaterade att det är viktigt att själv veta hur man gör så att man kan diskutera olika räkne- och tankestrategier med kamraterna.

Uppgift 6

Här är det viktigt att du uttrycker Mias uppmaning med de ord, som barnen är vana vid att du använder.

Förslag till genomförande av gruppuppgiften

Klipp ut korten. Dela in barnen i grupper. Gruppstorleken kan variera från 3–5 barn. Varje grupp får en omgång kort (5 st) och ett frågeblad. Låt korten ligga upp och ner i en hög på bordet, likaså frågebladet. Alla i gruppen tar upp var sitt kort och läser det tyst ett par gånger. Man visar aldrig sitt kort för någon annan i gruppen. Varje barn i gruppen läser upp sitt eget kort för de andra. Någon vänder på frågebladet och läser första frågan. Om gruppen består av färre än 5 barn får några barn ta upp ännu ett kort från högen på bordet.

Analys och exempel

Uppgift 1

Man ser i elevredovisningarna till denna uppgift en avgörande skillnad mellan två uppfattningar av hur man ska ta reda på vilket halsband som är längst:

1. Svaret kan ges enbart genom att man tittar på bilderna av de tre halsbanden.
Man ser vilket halsband som är längst.
2. Det är nödvändigt att mäta eller att vidta åtgärder som gör det möjligt att jämföra halsbandens längd för att kunna besvara frågan.

Barn som uttrycker den förra uppfattningen mäter med ögonmått, medan de som uttrycker den senare har insikt om att jämförelser kräver en mätmetod av något slag. Bland barn som uttrycker uppfattning 2 kan man urskilja två skilda idéer om hur man mäter längd:

- Man försöker jämföra halsbanden som helheter på något sätt.
- Man väljer en enhet att mäta med.

Många barn använde ögonmått och konstaterade ”Man ser att Annas är längst” eller ”Annas. Jag mätte med hjärnan”.

Andra barn jämför med ögonmått, men har erfarenhet av att detta inte alltid är så lyckat. De svarar till exempel: ”Annas. De brukar vara långa när de är ihoprullade”.

En del elever vill jämföra halsbanden utan att ”dela upp dem i enheter”. De vill ta ut dem och lägga dem bredvid varandra. Eftersom detta inte går använder de andra metoder. Här är ett exempel: ”Annas halsband är sturst för jag sate fingret på halsbandet och drog och kände dom.”

Många barn försökte dela upp halsbandet i enheter, men valde ofta enheter som inte passade det som skulle mätas. En del valde de långa pärlorna som enhet och ansåg att alla halsbanden var lika långa (eftersom det fanns lika många sådana pärlor). Det vanligaste var att barnen mätte halsbanden med två olika enheter: de räknade samtliga pärlor, både de runda och de långa. Dessa elever råkade komma till rätt svar eftersom det fanns lika många långa pärlor i samtliga halsband.

C

Exempel på redovisningar där eleven hade valt en passande enhet kunde se ut så här: "Annas är längst. Melan varje stor päla är det fyra små bärlor så med den stora är det 5. Så jag räknar 5 i taget".

Uppgift 2

Missuppfattningen att "hälften så många är dubbelt så många" uttrycks även i denna uppgift. Den här uppgiften handlar emellertid också om att *beräkna* "hälften så många". Den vanligaste redovisningen av hur barnen gjorde detta var " $7 + 7 = 14$ " eller " $14 - 7 = 7$ ". De elever som skrev så hade automatiserade kunskaper om enkla halveringar. En del barn ritade däremot 14 ringar och delade antalet i två lika stora delar. Dessa barn visade att *begreppet* "hälften så många" var klart, men att de inte kunde utföra beräkningen av vad "hälften så många" är.

Uppgift 3

Denna uppgift beredde ytterst få elever bekymmer. (Uppgift 1 i del E ger mer intressanta upplysningar om hur elever ser på siffrors platsvärde.)

Uppgift 4

Se del A, uppgift 6. När det gäller förmågan att beräkna, redovisade de flesta elever genom att skriva " $8 + 8 = 16$ ". Några ritade däremot två rader med åtta frimärken i varje. Andra var "på väg" mot den automatiserade kunskapen " $8 + 8 = 16$ ". De redovisade så här: " $5 + 5 = 10$; $3 + 3 = 6$; Blir 16".

Uppgift 5

Vi såg i våra analyser av elevernas sätt att lösa denna uppgift att det går en markant skiljelinje mellan barn som räknar "ett och ett i taget" och barn som tänker ut svaren genom att dela upp talen i 10-tal och ental.

De elever som räknade "ett och ett i taget" försökte antingen rita 56 streck (vilket de oftast misslyckades med), eller också försökte de ramsräkna bakåt 33 steg från 56 och ibland framåt från 33 till 56.

De elever som inte räknade "ett och ett i taget" löste uppgiften på ett av följande två sätt:

A. Subtraherar 10-tal från 10-tal och ental från ental.

B. Subtraherar "10-talssiffran" från "10-talssiffran" och "entals-siffran" från "entals-siffran" (versionen till höger var sällsynt).

Man undrar om de barn som tänker enligt strategi B förstår att ett 10-tal är 10 ental eller om de tänker på "36 – 33" som "fern långa pinnar" minus "tre långa pinnar" (se analysen av uppgifterna 2–9 i del B). Tänker de på det senare sättet kommer det att uppstå problem i uppgifter av typen 56 – 38.

Uppgift 6

Ungefär en av fyra elever i utprövningarna visade på olika sätt att utsagan för dem inte hade någon mening.

I en del av barnens "berättelser" är såväl talen 7 och 8 som plustecken och minustecken korrekt översatta till ord som finns i vardagsspråket, men berättelserna beskriver inte meningsfulla handlingar.

JAG Har 8 bollar
och 7 leksaker
det blir 15

De var 7 policer
och 8 hundar.
Det blir de 15

Ingen av eleverna hittar något ord som passar att skriva efter 15.

För flera elever signalerar plustecknet en subtraktion:

Mia hadde
käpt 15:00 glassar
men lille-bror åt upp 8. Hur
många får Mia?

8 ban 7 glass det fatus,
en glas

En del barn har tagit med båda talen och ibland även summan. Men de klär bara talen i ord. De relaterar dem inte till varandra på det sätt de i utsagan är relaterade till varandra genom plustecken och likhetstecken.

Uppgift 7

I deluppgift 4 målade barnen ofta "två saker" – en "fyrkant" och en "trekant" – i stället för dubbelt så mycket som den "trekant" som var målade i vänster ruta.

Deluppgifterna 3 och 4 kan ge upphov till många intressanta samtal inte bara om hälften och dubbelt, utan också om mätning av ett områdes storlek samt om olika geometriska figurer och hur de är relaterade till varandra.

Uppgift 8

Se del A, uppgifterna 1, 3 och 7.

Gruppuppgiften till del C

I den här typen av gruppuppgifter har alla deltagare sin "pusselbit". Alla behövs för att problemet ska lösas. Det upplevs ofta mycket positivt för de elever som är vana vid att de inte har något att "komma med", att ingen lyssnar på dem.

D

Del D

Avser att pröva

Uppgift 1 avser att pröva begynnande förståelse för areaberäkning. Uppgiften kan också visa tankefärdigheter i multiplikation.

Uppgift 2 avser att pröva uppfattning om tid.

Uppgift 3 avser att pröva begreppet ”hälften av en kontinuerlig kvantitet” och även förståelsen för att ”hälften av något” kan se ut på många olika sätt. Barnet kan också visa förståelse för areabegreppet i denna uppgift.

Uppgift 4 avser att pröva begreppet hälften så mycket som ett udda tal och förståelsen för att en ”halv krona” är 50 öre.

Uppgift 5 avser att pröva begrepp om mätning av area.

Uppgift 6 avser att pröva förmågan att dubblera sådana tal som barn behöver kunna dubblera för att lära sig multiplikationstabellen på ett meningsfullt sätt samt begreppet dubbelt så många.

Uppgift 7 avser att pröva förståelse för räknesätten. Här kan barnet använda ett viktigt sätt att tänka: ”transformation” av en talkombination till en annan (av $5 + 9$ till $7 + 7$) genom att flytta enheter mellan talets delar.

Uppgift 8 avser att pröva förmågan att upptäcka enkla mönster.

Gruppuppgiften avser att pröva

- förmågan att samarbeta för att lösa ett vardagsproblem
- förståelsen för hur miniräknaren kan användas i sådana sammanhang
- förståelsen för att man måste bokföra ”deluträkningar” för att kunna hålla reda på om pengarna räcker
- förståelsen för hur man ska använda miniräknaren för att räkna ut hur mycket som är kvar eller hur mycket som fattas
- förmågan att fördela arbetet
- argumentationsförmåga.

Förslag till introduktion och genomförande av gruppuppgiften

Barnen i en klass hade samlat pengar för att kunna köpa ett akvarium. De hade fått ihop 980 kr. De hade varit i akvarieaffären och fått en prislista.

Dela in barnen i grupper. Dela ut arbetsbladet. Säg till eleverna att de ska försöka bestämma tillsammans vad de ska köpa för pengarna för att få ett riktigt fint akvarium. Sedan ska alla grupper berätta för varandra i helklass hur deras akvarier ska se ut. De ska redovisa vad de har handlat, hur mycket pengar de har gjort av med och hur mycket de har kvar.

Analys och exempel

Uppgift 1

Eleverna har löst uppgiften på två olika sätt:

1. De har försökt räkna samtliga stenplattor, ofta genom att sätta en prick i varje, och dessutom försökt pricka in även de plattor de tänker sig under bilen. Dessa elever har sällan lyckats komma till ett korrekt resultat.
2. De har adderat 6 åtta gånger eller 8 sex gånger.

Eleverna i båda dessa grupper visar begynnande förståelse för areaberäkning.

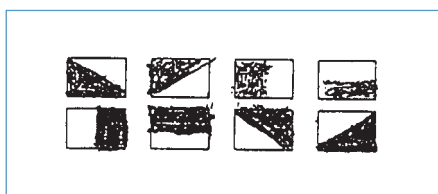
Eleverna i den andra gruppen visar att de har en intuitiv förståelse för multiplikation som upprepad addition. Man kan tycka att eleverna i den första gruppen har löst problemet på ett onödigt krångligt sätt. Det är emellertid inte säkert att de elever som har adderat 6 åtta gånger har hittat ett enklare sätt. De elever som ännu inte kan tänka 6, 12, 18, 24 och så vidare utan ramsräknar för att lösa problemet får det mycket besvärligt om de ska addera 6 åtta gånger.

Uppgift 2

De flesta elever hade någorlunda god uppfattning om tid. Praktiskt taget alla elever skriver rätt enhet på de fem delfrågorna.

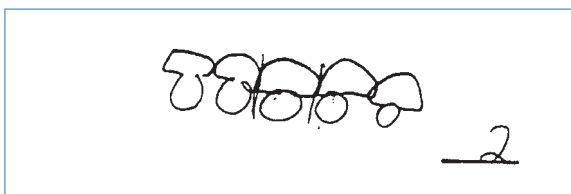
Uppgift 3

De flesta elever kunde måla hälften på flera olika sätt. Flera elever visade också i sina teckningar att de hade en viss förtrogenhet med geometriska figurer.

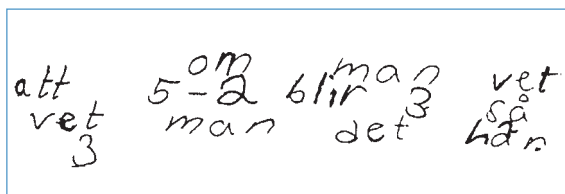


Uppgift 4

Många 8-åringar ser ut att vara okunniga om 50-öringens existens, eller inte riktigt förstå vad som menas med 50 öre. De uppfattar uppgiften som uppdelning av ett udda antal av vad som helst och många anser att en sådan uppdelning är omöjlig. De delar "så lika som möjligt":



Barnen får lika många kronor som svampar.
Svampen – kronan – i mitten räknas inte.



Kan man subtraktionstabellen vet man att $5 - 2$ är det närmaste man kan komma "hälften av fem".

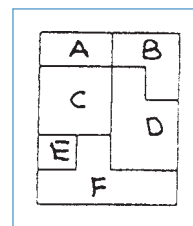
Andra ritar fem ringar och delar ringen i mitten samt svarar antingen $2 \frac{1}{2}$ eller också 2 kr 50 öre. Mer sofistikerade förklaringar kan se ut så här: "Jag tänker $2 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2} = 5$. Sen tänker jag $5 - 2 \frac{1}{2} = 2 \frac{1}{2}$. Svar: 2 och 50".

Uppgift 5

Hur man kan analysera barns begrepp om mätning av längd har redovisats i del C uppgift 1. Vi kan göra en liknande analys när det gäller mätning av area, när vi ser hur eleverna har avgjort vilka pusselbitar som är lika stora. Vi refererar till pusselbitarna som A, B, C, D, E, F i exemplen.

Många barn försöker även här att mäta med ögonmått och skriver till exempel: "C och D (är lika stora). Det ser så ut".

Andra försöker jämföra helheterna utifrån olika kriterier. Ibland tas bitarnas form med i beräkningen, till exempel "C och D för at den är 4 kantig".



D

Ibland tänker sig barnen att förändra bitarna så att de får samma form. De klipper till exempel av den undre halvan av kvadraten i D så att B och D blir likadana. En del barn tänker på längd och bredd och kan svara så här: "C och F, den er long och den andra är tjock".

Ett par försöker mäta med enheten "två små rutor" (en enhet lika stor som pusselbit A). En av dem ritar hur hon "klipper bort" den högra halvan av den undre delen i F-biten, sedan vänder den och lägger den vertikalt bredvid den bit som blir kvar. Då får F och D samma form och man kan se att de är lika stora.

Tre kvalitetsmässigt olika sätt att lösa uppgifter av denna typ kunde iakttas både i svaren till uppgift I i del C och till uppgift 5 i del D:

- Man mäter med ögonmått.
- Man använder en metod som gör det möjligt att jämföra, men som inte kräver uppdelning i enheter.
- Man avskiljer en lämplig enhet för att mäta helheten med.

Uppgift 6

De missuppfattningar som beskrivs i uppgift 6 i del A finns även här. Mia har antingen 16 blommor (lika många) eller 17 (lika många och en till).


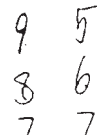
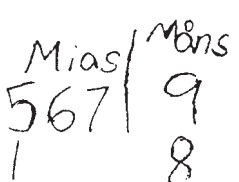
I de beräkningar som krävs här adderar många barn först 10-talen och sedan entalen. Eftersom additionen av entalen nästan alltid innebär att man måste tänka över 10-gränsen är det rätt många barn som inte klarar de här uppgifterna utan att rita eller ramsräkna, vilket är så besvärligt att de oftast har gett upp efter första deluppgiften.

För att barn ska klara dubbleringar av detta slag – som de ofta har användning för när de multiplicerar genom upprepad addition – måste de först kunna utföra dubbleringar av två ensiffriga tal som är större än fem. Vi ser i uppgift 4 i del C hur de utför sådana dubbleringar.

Uppgift 7

I uppgift 7 använder eleverna idén att transformera, att göra om $5 + 9$ till $7 + 7$, för att komma underfund med hur en "orättvis fördelning" av 14 karameller ska bli "rättvis".

Ett tidigt sätt att lösa detta problem, som speglar barns sätt att tänka om tal med hjälp av räkneordssekvensen förekommer i flera elevredovisningar.

		
---	--	---

Enligt barnen är tydligen räkneorden "fem – nio" knutna till de karameller Måns har "fått för mycket". De försöker dela upp dessa karameller i två lika stora delar, men eftersom det är ett udda antal blir det omöjligt. De kommer alla fram till att "den mittersta karamellen är knuten till ordet "sju". De två första eleverna anser att "7" då måste finnas i båda delarna. De svarar också "7". Den tredje eleven anser däremot att Måns del nu ska börja med "8". Hon ger det korrekta svaret "2".

Tanken att flytta mellan de två olika stora delar de 14 karamellerna har delats upp i, för att delarna ska bli lika stora, visas tydligare i elevernas teckningar. Här är några exempel:



De elever som ritat, svarar praktiskt taget alltid att Måns ska ge Mia två karameller.

Ett tredje sätt att beskriva transformationer som också förekom var att berätta om dem med hjälp av det matematiska språket, till exempel så här:

$$\text{Svar: 2 karameller} \quad 9 - 2 = 7 \quad 5 + 2 = 7$$

eller så här:

$$\text{Svar: 2 karameller} \quad 9 - 4 = 5 \quad 5 + 2 = 7$$

Förståelsen för hur man transformerar är en tankefärdighet som man ofta har användning för, till exempel vid addition över 10-gränsen.

Uppgift 8

Både när de gäller kvadraten och när det gäller rektangeln, som var svårare, var det ganska vanligt att barnen bara lät figurerna öka med en rutad uppåt, inte i båda riktningarna. Eller också flyttade de figuren ett steg åt höger. I den tredje deluppgiften, som också var ganska svår, hade en del barn ändrat mönstret så att det ökade med en ruta för varje rad i stället för med två:



Gruppuppgiften till del D

Den här gruppuppgiften är av en helt annan karaktär än de övriga. Här börjar eleverna direkt att planera arbetet tillsammans i gruppen. Lärarna som deltog i utprovningarna har berättat om hur olika grupper lade upp arbetet. I vissa grupper fördelades det. En elev bokförde kontinuerligt, en annan skötte miniräknaaren och så vidare. I andra grupper gjorde alla allting. I många grupper glömde barnen helt att bokföra. De gjorde en massa beräkningar, utan att skriva vad det var de räknade ut. När de skulle skriva ner sin redovisning hade de ingen aning om vad de hade köpt och hur mycket det hade kostat.

Ett problem som uppstod i flera grupper var att eleverna inte kunde använda miniräknaaren för att räkna ut hur mycket de fick kvar. Det var ett problem man ofta måste vänta med att lösa tills man redovisade i helklass.

E

Del E

Avser att pröva

Nästan hela del E prövar förståelse för räknesätten bland annat genom att pröva om barnen kan översätta vardagsspråk till det matematiska språk man måste känna till för att kunna använda miniräknaren. När man räknar i huvudet kan man utföra en subtraktion eller en division genom att exempelvis addera. Miniräknaren kräver att man kan ”välja räknesätt”.

Uppgift 1 avser att pröva förståelsen för siffrors platsvärde i en mer öppen och avslöjande uppgift än den som finns i del C.

Uppgift 2 avser att pröva elevernas uppfattning om vad de själva väger och om de kan utnyttja denna kunskap för att lösa uppgiften.

Uppgift 3 avser att pröva uppfattningar om hur man kan tänka för att lösa en subtraktion av typen ”Hur många fattas?”.

Uppgift 4 avser att pröva förståelsen för hur man beräknar omkrets.

Uppgift 5 avser att pröva elevernas uppfattning om längd och om de kan utnyttja sin kunskap om hur långa barn i 7–9-årsåldern brukar vara för att lösa uppgiften.

Uppgift 6 avser att pröva elevernas förtrogenhet med miniräknaren.

Uppgift 7 avser i första hand att pröva förståelsen för vad ”dubbelt så mycket” som 50 öre är. Den avser också att pröva förmågan att lösa en flerstegsuppgift.

Uppgift 8 prövar förmågan att använda miniräknaren i en situation, där det inte är självklart vilket räknesätt man ska välja (att man måste använda ”minus-knappen” för att räkna ut vad man ”får tillbaka”).

Uppgift 9 prövar förmågan att kunna formulera och lösa ett problem, samt olika uppfattningar om vad ”ett matematiskt problem” egentligen är.

Uppgift 10 prövar återigen rumsuppfattning och förståelsen för symmetri nu i något mer komplicerade mönster.

Gruppuppgiften avser att pröva förmågan att upptäcka talmönster, men också kreativ och undersökande förmåga, intuition och logiskt tänkande. Genom att du ser hur eleverna uppfattar multiplikation, division och bråktal kan du dels bättre ta vara på och vidareutveckla deras egna idéer, dels förstå vilka förkunskaper som eventuellt fattas.

Kommentarer till genomförandet

I del E ska alla elever ha en miniräknare tillgänglig. Påminn dem om att de ska skriva hur de löser uppgifterna, även om de har använt miniräknaren. ”Pennygubben” visar i vilka uppgifter detta krävs. Om du tycker det är intressant att veta vilka elever som har använt miniräknaren kan du uppmana dem att skriva ett M bredvid sin redovisning, där de har använt den. Avsikten med uppgift 9 är att barnen ska hitta på ett problem (räkneberättelse) av något slag. Det är därför viktigt att du tydligt förklarar vad Mia menar, när hon säger att barnen ska ”hitta på ett räkneproblem”.

Förslag till genomförande av gruppuppgiften

Börja eventuellt med en kort berättelse där du betonar att Måns vill göra en omelett som är precis lika god som de omeletter han har gjort tidigare. Eleverna arbetar enskilt innan de löser uppgiften i grupp.

Analys och exempel

Uppgift 1

Uppgiften visar hur barn tänker om stora tal. Drygt hälften av eleverna vid utprovningarna har fyllt miniräknarens fönster med nior. För övrigt kunde ”det största tal” barnen ansåg att de kunde skriva med miniräknaren se ut på många olika sätt, exempelvis

19999999 90000000 76 99000000 95662349 10000000 99999998 95222221

Uppgift 2

De flesta eleverna utgick från sin vetskap om sin egen vikt och adderade denna tills de kom till ungefär 120.

En del elever använder miniräknaren. Här är ett exempel på redovisning: ”Svar: 5, jag räknade med miniräknare och skrev upp hur många gonger jag tryckte.” (Skriver att hon ”tryckte på 28”).

Uppgift 3

Många elever har löst den här uppgiften korrekt, oftast genom ramsräkning framåt. Vid de utprovningar vi deltog i bad vi eleverna att med hjälp av miniräknaren försöka få fram det svar de redan hade räknat ut. Detta innebar stora problem för några. De upplevde uppgiften som addition, $7 + 15$, och fick svaret 22.

Uppgift 4

Det är vanligt att eleverna bara adderar 15 och 30 i denna uppgift.

Uppgift 5

Det helt dominerande sättet att lösa uppgiften var att uppskatta barnens längd till 1 m. Flera svar ligger kvalitetsmässigt högre. I en del av dessa svar visar eleverna dels att de har en rimlig uppfattning av längd, dels att de väljer tal som passar deras förmåga att räkna (om de räknar i huvudet). ”Svar: 4 m 60 cm. Jag tänkte barnen är 1 m 15 cm långa.”

Många barn använde miniräknaren och valde då vilka tal som helst.

Uppgift 6

Uppgiften var relativt lätt för de elever som valde att använda miniräknaren. De kunde utan allt för stora besvär göra upprepade försök att addera två tal. Utan miniräknaren blev uppgiften mycket svår.

Uppgift 7

Återigen såg vi att många elever inte har någon erfarenhet av 50-öringen. Det vanligaste felsvaret på frågan om hur mycket pengar Mia har är att hon har 6 kronor och 50 öre eller helt enkelt 6 kronor. Barnen bortser från 50-öringen.

Uppgift 8

I uppgiften med tusenlappen var det inte riktigt lika enkelt att använda miniräknaren som i uppgift 6. I utprovningarna hade nästan halva antalet elever löst uppgiften med någorlunda – men ofta inte fullständig – redovisning. Det som i många fall gjorde redovisningen ofullständig var att enbart additionen av de tre dyraste sakerna hade redovisats. Därefter stod svaret – att mamma får 506 kronor tillbaka – utan redovisning.

E

Möjligen har eleverna tyckt att den sista uträkningen var så enkel att utföra i huvudet att de glömde att redovisa den. Vi såg emellertid att flertalet elever som misslyckats med att lösa uppgiften hade haft problem med just den beräkningen. De hade, efter det att de räknat ut additionen på miniräknaren, oftast försökt räkna ut skillnaden mellan 494 och 1 000 i huvudet. För det mesta hade de räknat framåt, men missat några kronor eller någon hundralapp. Flera elever har emellertid lyckats med den avslutande huvudräkningen, efter det att de utfört additionen av de tre termerna på miniräknaren. Även de har räknat framåt. En flicka redovisar så här: $494 + 6 = 500$ $500 + 6 = 506$

Redovisningen illustrerar att man ofta kan klara sig i besvärliga situationer, om man har väl utvecklade tankefärdigheter. Men den visar också att miniräknaren kräver förståelse för de fyra räknesätten.

De elever som lyckades lösa problemet med hjälp av miniräknaren gjorde huvudsakligen på två olika sätt. De flesta räknade så här: $201 + 172 + 121 = 494$
 $1\ 000 - 494 = 506$

Men några gjorde så här: $1\ 000 - 201 - 172 - 121 = 506$

Ganska många kom emellertid till ett korrekt svar genom den här beräkningen: $201 + 172 + 121 - 1\ 000 = 506$

Minustecknet som dök upp framför 506 lade dessa elever inte alls märke till. Eleverna försökte räkna ut skillnaden mellan 1 000 och 494. Som vi har sett är det till att börja med svårt nog att förstå att det är räknesättet subtraktion som matematiskt sett här hör samman med ”skillnaden” och att man således måste använda tecknet minus när man räknar ut ”skillnaden” med hjälp av miniräknaren.

Uppgift 9

Vi ger här exempel på elevarbeten som är av ganska olika karaktär.

Kategori 1: I kategori 1 har vi placerat arbeten som ”klä en vanlig additions- eller subtraktionsuppgift i ord”. Ofta, men inte alltid, är talen valda så att uträkningarna ska bli enkla.

~~Det var en gång~~
~~fem pan-kakor~~
~~dem åt en gris~~
~~han åt upp 4 av~~
~~pan-kakorna~~

~~hur många~~
~~var kvar? 1 pan-kaka~~

En del av dessa elever försöker emellertid formulera problem med så många besvärliga uträkningar som möjligt. Så här kan ett sådant problem se ut.

Det var en gång 30 hundar
som lekte. Sen kom 20 till
och 3 sprang bort. 1 hittade
tillbaka. Sen blev 19 skjutna
7 försvann och 3 mördade varandra.
Hur många hundar finns kvar
Svar: $30 + 20 - 3 + 1 - 19 - 7 - 3 = 19$

Trots att det är mycket som händer i detta problem kräver det litet av logik och kreativitet. Vi anser att även detta är ett "kategori 1"-problem.

Kategori 2: Andra elever försöker formulera ett problem som kräver litet mer.

I det första exemplet nedan har eleven löst sin uppgift genom att addera två tal som inte finns nämnda i problemet. Den elev som har formulerat nästa problem har tänkt på en multiplikation, som eleven klär i ord. Den som ska lösa hennes problem kan välja mellan räknesätten multiplikation och addition. Möjligheten finns att komma undan den tråkiga additionen av 2 sju gånger, om man kommer på att man kan tänka $7 + 7$ eller $2 \cdot 7$. Det gör problemet mer spännande.

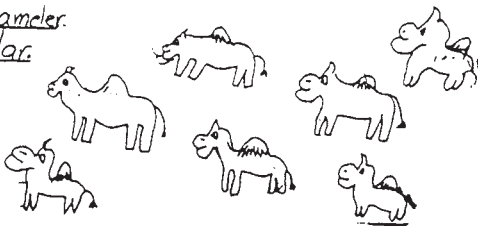
Pelle och Kalle gör en
prövmened till skagen. Dom ska
placka svamp/b svampar och ska
dela på den. Hur mycket får dom
var.

Svar: Dom får 8 stycken var

$$8 + 8 = 16$$


7 dronningar har 7 pucklar
det har dom ju. men hur
många pucklar har sju famler.
Varje kamel har 2 pucklar.

7 kameler har 14 pucklar




Kategori 3: Här har vi de elever som vill ha något som kräver litet mer. Man ser hur en del av dem sträcker sig mot det där extra svåra, som de längtar efter att få bita i.

En båt går i knop som
är dubbelt så mycket som
km/ tim
Om en båt går i 47 knop
hur många km/ tim går den då?

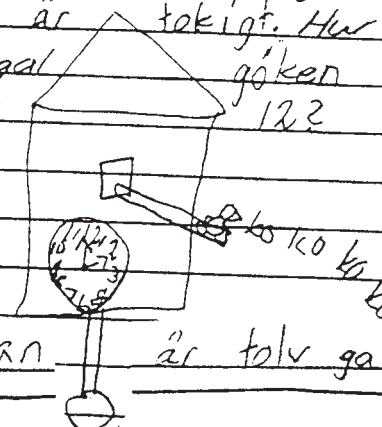


Svar: 94 km/ tim



E

Göken i gökuret har blivit tokigt. När klockan är 7 gal göken fyra gånger. Det är tokigt. Hur många gånger gal göken när klockan är 12?



Svar: När klockan är tolv gal göken 24 gånger.

Uppgift 10

Se uppgifterna 1 och 7 i del A.

Gruppuppgiften till del E

Bilderna nedan är exempel på redovisningar av "de hemliga talen". I det första exemplet har eleven angett att talen i de yttre trianglarna ökar med ett och att talet i den mittersta triangeln ökar med tre. Även i den andra bilden har eleven berättat att talen i de yttre trianglarna ökar med ett. Däremot vet vi inte om eleven har upptäckt att talen i mitten ökar med tre. Det eleven har upptäckt, som eleven i det första exemplet kanske inte har upptäckt, är emellertid att "i dom mittersta rutorna står det vad det ska bli".

för $6+3=9$ och $9+3=12$ och $12+3=15$

Sen står det 1 2 3 och då tror jag att det ska vara 4 5 och då ser står det 2 3 3 4 4 5 där tror ja att det ska vara 5 6

1 botten står det
23 då skrev jag 4.
1 ~~den~~ rutorna till vänster står det 234 Di skrev jag 5. och i dom högra rutorna står det 345 då skrev jag 6. i dom mittersta rutorna står det vad det ska bli

Eleverna har använt många andra idéer, exempelvis.

F

Först så räknade jag
 $6+9+12=27$ sen räknade jag
 $1+2+3=6$ sen räknade jag
 $2+3+4=9$ sen så räknade
jag $3+4+5=12$

De har lagt samman talen i samtliga trianglar och skrivit summan i de tomma trianglarna i den sista figuren. Möjligen har de också sett att summan av talen i de yttre trianglarna i den sista figuren bildar talet 27.

Slutligen fanns det även här barn som hittade ett alldeles eget mönster. Den elev som gjort redovisningen nedan visar hur hon på sitt eget sätt har börjat upptäcka det estetiska i matematiken.

Därför jag tycker
Det är snyggt och
det passar bra.

Att hitta talmönster handlar kanske inte i första hand om att lära sig den matematik man behöver kunna för att klara vardagslivets mest triviala problem. Det handlar om att tal kan upplevas så att "det är snyggt och passar bra", som eleven i det sista exemplet uttrycker sig.

Del F

Avser att pröva

Uppgift 1 avser i första hand att pröva förståelse för räknesätten genom att eleven får visa sin uppfattning om hur man löser en uppgift av typen delningsdivision. I andra hand prövar den om de tankefärdigheter är utvecklade som krävs för att man ska kunna multiplicera och dividera.

Uppgifterna 2 och 3 avser att pröva om de tankefärdigheter är utvecklade som krävs vid addition/subtraktion över 10-talsgränser.

Uppgift 4 är speciellt avsedd att pröva förmågan att halvera ett udda antal 10-tal. Detta är en förutsättning för att man ska kunna tänka på multiplikation med 5, som att multiplicera med 10 och ta hälften av det tal man då får.

Uppgift 5 avser i första hand att pröva förståelse för räknesätten genom att eleven får visa sin uppfattning om hur man löser en uppgift av typen innehållsdivision med "rest". I andra hand prövar även den om de tankefärdigheter är utvecklade som krävs för att man ska kunna multiplicera och dividera.

F

Uppgift 6 avser främst att pröva uppfattningar av hur man kan tänka om ett tal som är jämnt delbart med tre. Här prövas också begreppet ”dubbelt så många” i ett betydligt svårare sammanhang än tidigare. Intuitivt måste man för att lösa detta problem uppleva att två tredjedelar är dubbelt så mycket som en tredjedel (utan att behöva känna till dessa ord). Uppgiften prövar också kreativitet och logik.

Uppgift 7 avser att pröva förståelse för räknesätten genom att pröva förmågan att tänka proportionellt. Den prövar också kreativ förmåga och logiskt tänkande.

Uppgift 8 avser att pröva uppfattningar av tredjedelen.

Uppgift 9 avser att pröva rumsuppfattning och avbildning.

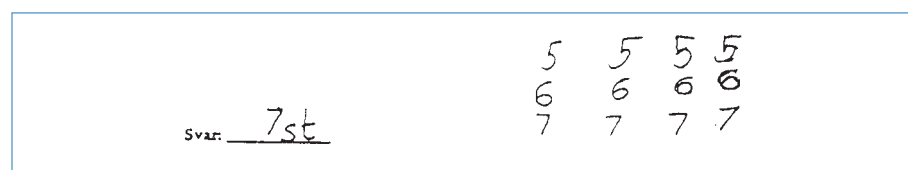
Gruppuppgiften avser att pröva proportionellt tänkande.

Analys och exempel

Uppgift 1

Uppgift 1 i del F är en delningsdivision. Klarar eleverna uppdelningstanken med alla uppskattningar och kontroller, trots att de ännu kanske inte är säkra i multiplikation?

Flera elever klarade detta, dock med stor möda. I bilden nedan ser vi ett exempel på hur det kan gå till. I den utprovning den eleven deltog i var det fyra barn som skulle dela 28 äpplen mellan sig. Eleven försöker således dela upp 28 i fjärdedelar.



Fyra barn delar de 28 äpplena.

Hon har uppskattat antalet i varje del till fem, men upptäcker förmodligen att bara 20 äpplen då har gått åt. Hon börjar om och försöker med sex, men inte förrän i tredje försöket lyckas hon lösa problemet.

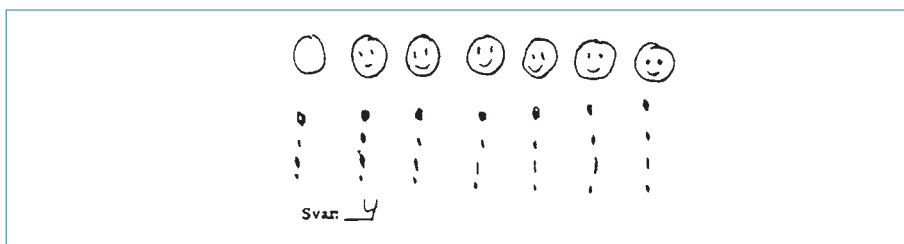
Flertalet elever hade emellertid en helt annan idé om hur man skulle lösa delningsdivisionen. Ibland är det en nackdel att vara allt för knuten till ett situationsbundet tänkande. Men i det här fallet var det till hjälp för barnen.

När man låter 4 eller 7 barn dela 28 äpplen emellan sig är det inte vanligt att man börjar med att uppskatta hur många äpplen varje barn ska ha. Man delar helt enkelt ut äpplena ett eller flera i taget till dess de har tagit slut. Denna situationsbundna tanke på utdelning använde sig många elever av och kunde därmed lösa delningsdivisionen lika lätt som de löste innehållsdivisionen.

I bildrutan på nästa sida har en elev visat hur hon delar ut ett äpple i taget till de sju barn som i hennes fall ska dela äpplena mellan sig.

Det är intressant att bilden formar ett rektangulärt mönster, ett mönster som framhäver multiplikationens kommutativa idé. Sådana rektangulära mönster var relativt vanliga i barnens teckningar av utdelningssituationer.

Eleven har delat ut sju äpplen i varje runda till dess de 28 äpplena är slut. Fyra gånger har hon delat ut 7 äpplen. När utdelningen är klar, ser hon lätt att varje barn får fyra äpplen.



Sju barn delar de 28 äpplena.

Andra elever *tänkte* ut svaret på samma sätt. De kunde redovisa: "Sju å' sju e' 14 ... 21 ... 28 ... 4 äpplen var." Det går lätt att följa tankegången genom att titta på bilden ovan.

Vi vet att 8–9-åringar i intervjuer har löst samma problem så här:

"Sju – ett var, 14 – två var, 28 – fyra var".

De elever som tänker så tänker inte på en uppdelning av 28 i sju delar, utan på en utdelning, precis som de gör i innehållsdivision. Skillnaden är bara att i *innehållsdivisionen* tänker de på utdelning av *antalet i delen i delningsdivisionen* tänker de på utdelning av *ett visst antal i varje runda*.

Uppgift 5

Uppgift 5, där Måns ska köpa bullar till de 21 barnen på klassfesten, är en innehållsdivision med rest. För oss men inte för Måns. För honom är det en situation, där det handlar om att ordna bullar till klassfesten.

Att divisionen var en innehållsdivision vållade inga problem för barnen och inte heller att det var en division med rest. De löste den genom att låta Måns köpa 4 bullar i taget. När det inte räckte med fem påsar var det självklart för eleverna att han måste köpa en till, så att ingen skulle bli utan bulle.

Det som vållade problem i den här uppgiften var inte att divisionen var en innehållsdivision med rest, utan att den krävde långa uträkningar.

Uppgifterna 2 och 3

När det gäller små barn är det knappast möjligt att bedöma deras taluppfattning på annat sätt än genom att analysera deras räkne- och tankefärdigheter. Ju bättre strukturerade taluppfattningar de har, desto enklare och kraftfullare blir deras sätt att utföra beräkningar.

I vår analys av elevernas sätt att lösa uppgifterna 2 och 3 gjorde vi samma iakttagelse som vi gjorde när vi analyserade deras sätt att lösa uppgift 5 i del C. Vi såg en markant skiljelinje mellan två olika sätt att lösa uppgifterna på:

- en del barn *tänker* ut svaret
- en del barn *räknar ett och ett i taget* för att lösa problemet.


Både tanke- och räknestrategier kunde vara av olika slag. Vi kunde kartlägga flera olika slags tankestrategier. Två av dessa var dominerande. Vi har kallat dem

- *Uppdelning vid 10-gränsen* (eller kortare "10-talsstrategin")
- *Använder tabellkunskap* (eller kortare "Tabellstrategin")



Den första strategin var generell. Den förekom lika ofta som tabellstrategin i addition, medan tabellstrategin var mycket sällsynt vid subtraktion.

F

Uppdelning vid 10-gränsen: Uppmärksamma tankebobblan där eleven delar upp talet 8.

$27 + 8 = \boxed{35}$ $8 = 3 + 5$ $27 + 3 + 5$	$32 - 8 = \boxed{24}$ $32 - 2 = 30 - 6 = 24$ 
--	--

Likhetstecknet är inte korrekt använt. Detta kan man inte kräva ännu. Viktigast är att förklaringen går att förstå.

$27 + 8 = \boxed{35}$ 	$32 - 8 = \boxed{24}$ 
---	---

Här ritar eleverna de tankegångar som beskrivs i de två övre rutorna.

Tabellstrategin – exempel:

$27 + 8 = \boxed{35}$ $7 + 8 = 15$ $20 + 15 = 35$

Ett fåtal elever i utprövningarna använde tabellstrategin i subtraktion. De tänkte $12 - 8 = 4$; $20 + 4 = 24$. Många elever försökte använda denna strategi, men misslyckades.

De elever som räknade ett i taget använde två olika *räknestrategier*. De

- ”ritade alla”
- ramsräknade.

Barn som ”ritar alla”, ritade alla objekt de tänker på. Barn som ramsräknar räknar upp ett ord i taget för den del av talet de adderar eller subtraherar. För varje ord de räknar upp kan de sätta upp ett finger. Till sist ”avläser” de antalet uppsatta fingrar. Fingrarna talar om hur många de uppräknade orden är, till exempel ”handen plus två fingrar = 7”.

Av elevredovisningarna framgår att det är stor kvalitetsskillnad på barnens sätt att lösa uppgifterna. Barn med tankefärdigheter tänker enkelt ut svaret, andra barn måste med stor möda räkna ett och ett i taget.

Uppgift 4

Samma missuppfattning förekom här som vi iakttog när barnen skulle beräkna vad hälften av ett udda tal – 5 (kronor) – är: man får dela så lika som möjligt. Om barn tänker på samma sätt i båda dessa uppgifter är det kanske en signal om att barnet inte förstår att ”ett 10-tal” är tio ental och därmed också två 5-tal.

När det gäller att lösa problem med ett udda antal 10-tal har vi iakttagit tre missuppfattningar hos eleverna:

1. Dela i två delar som är "så lika som möjligt". Hälften så många färgkriter som 50 är antingen 20 eller 30 färgkriter (jämför "hälften så mycket som 5 kronor är 2 kronor eller 3 kronor" i uppgift 4 del D).
2. Hälften så många som ett ojämnt antal ental är "ett 10-tal mindre" (bilden till vänster). Uäm för uppgift 4 i del D: "Hälften så mycket som 5 kronor är ett mindre: 4 kronor").
3. Hälften så många som ett udda antal 10-tal är "något som slutar på 5" (bilden till höger).

Jag har...

MÅNS

30 böcker

50 färgkriter

90 vita stenar

70 kronor i sparbössan

MIA

20 böcker

40 färgkriter

80 vita stenar

60 kronor i sparbössan

Jag har... bara hälften så många.

Jag har...

Jag tänker 10 mindre.

Jag tänker 10 mindre.

30 böcker

50 färgkriter

90 vita stenar

70 kronor i sparbössan

25 böcker

25 färgkriter

65 vita stenar

35 kronor i sparbössan

skulle det ha stöt 40 dan upp så skulle det blivit 30 men nu står det 30 och det är ett jämnt tal och då måste det sluta på 5, och då blir det 25.

Eleven har skrivit: "Skulle det ha stöt 40 dan upp så skulle det blivit 30 men nu står det 30 och det är ett jämnt tal och då måste det sluta på 5, och då blir det 25".

Uppgift 6

En vanlig typ av felaktiga svar till denna uppgift hörde förmodligen samman med missuppfattningen av vad som menas med "dubbelt så många" som vi har sett tidigare: "dubbelt så många" är lika många och så en till". Barn som tänkte så ansåg att Måns hade plockat fem stenar och Mia fyra.

Bland de redovisade korrekta svaren förekom alltid tanken att dela nio i tre delar, varav två delar tillhörde Måns. Ofta ritade eleverna tre grupper av cirklar eller prickar och avgränsade två grupper för Måns.

De kunde också redovisa samma tanke i skrift, till exempel så här: "Jag tänkte att 6 och 3 är 9 och att 6 är dubbelt så mycket som 3."

Uppgift 7

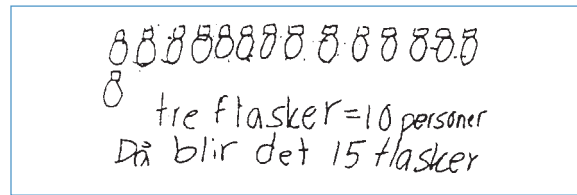
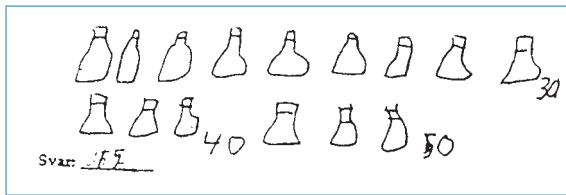
En vanlig anledning till fel bland 8-åringarna var att de fokuserade på den situation som beskrivs i problemet i stället för på informationen i problemet. Ett typiskt svar var: "Jag tror alla vill ha var sin Fanta. 50 flaskor."

Vi har emellertid sett i gruppuppgiften till del E att många 8-åringar klarade att tänka proportionellt och att de kunde göra det på flera olika sätt.

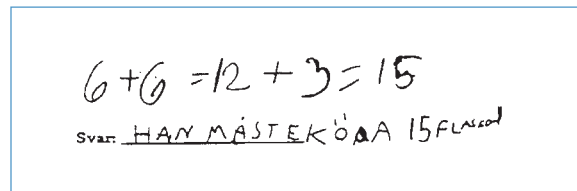
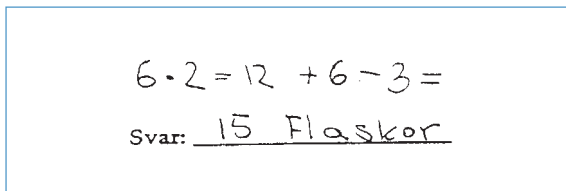
Den idé vi lakttog i "omelettproblemet" – ta först reda på hur många ägg som går åt till en person – återfann vi här i en något annorlunda form: Ta först reda på hur många flaskor det går åt till 10 personer.

F

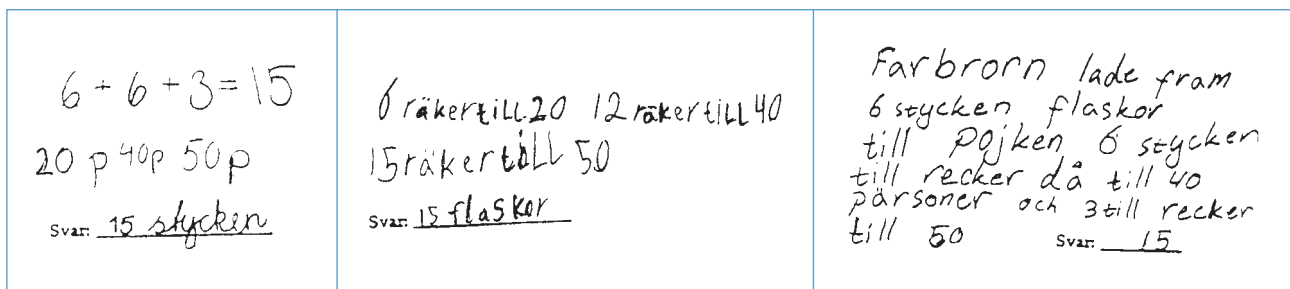
Så här kunde den idén se ut i bild:



I de två bilderna nedan har eleverna troligen utgått från tanken på 20 flaskor – 6 personer. De har här redovisat att 15 flaskor är $2\frac{1}{2}$ gånger så många flaskor som 6 flaskor. Anledningen till att de vet att de just ska ta $2\frac{1}{2}$ gånger så många som 6 flaskor, måste emellertid vara att de redan har beräknat förhållandet mellan 20 personer och 50 personer: 50 personer är $2\frac{1}{2}$ gånger så många personer som 20 personer. Naturligtvis tänker inte 8-åringar ” $2\frac{1}{2}$ gånger”. Eleven till vänster har tänkt ”2 gånger 6” plus ”hälften av 6”, som han tecknar $6 - 3$. Eleven till höger har multiplicerat sex genom upprepad addition och sedan räknat ut i huvudet att hälften av 6 är 3.

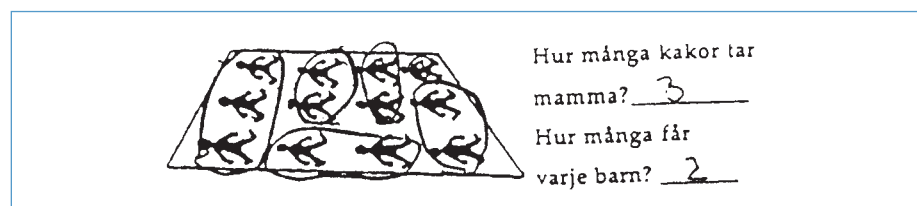


I de tre bildrutorna nedan ser vi hur eleverna under hela uträkningen tänker både på antalet personer och antalet flaskor.

**Uppgift 8**

Många missuppfattningar och tidiga tolkningar existerar om ”tredjedelen”.

Bland de elever i utprovningarna som hade försökt lösa uppgiften var en vanlig missuppfattning att en tredjedel ska innehålla tre stycken.



De elever som löste uppgiften korrekt och redovisade sina svar förstod att för att få ”en tredjedel” skulle antalet pepparkakor delas upp i tre delar. De gjorde ibland en egen schematisk teckning och markerade ibland fyra av pepparkakorna på bilden i häftet. Sedan ringade de in de övriga två och två.

Uppgift 9

Se del A, uppgifterna 1, 3 och 7.

Gruppuppgiften till del F

Den här uppgiften ledde stundom till långa diskussioner, men löstes ibland på ett par minuter.

En missuppfattning som man ofta ser när äldre barn tänker proportionellt kunde även iaktas bland dessa yngre barn. Eleverna tog inte hänsyn till att problemet handlade om ett förhållande mellan två variabler. De adderade två ägg, därför att två personer hade tillkommit.

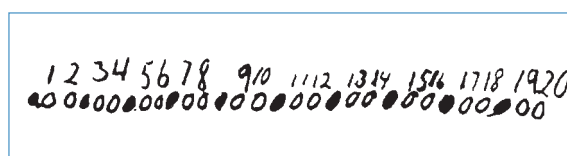
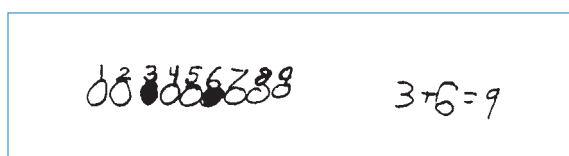
Tre idéer om hur man kan lösa problemet kunde iaktas:

1. Eleverna tog reda på hur många ägg som behövdes till en person och multiplicerade det med 6: $6 \cdot 1 \frac{1}{2}$ ägg = 9 ägg.
2. De delade antalet personer i par och multiplicerade med 3: 1 par – 3 ägg, 3 par – $3 \cdot 3$ ägg = 9 ägg.
3. De tänkte på att antalet tillkomna personer var hälften så stort som det ursprungliga antalet personer. Antalet tillkomna ägg måste då bli hälften så stort som det ursprungliga antalet ägg: 4 + 2 personer, 6 + 3 ägg.

Underlag för individuella samtal

Någon gång i 3–4-årsåldern brukar de flesta barn börja förstå vad det egentligen betyder att räkna. Då knyter de ett räkneord till vart och ett av de objekt de pekar på, när de räknar dem. Räkneordssekvensen blir ett slags måttband som de kan mäta objekten på. Har de kommit till sju i sin räkning av ett antal karameller kan de förstå att de har fått fler karameller än en kamrat som har kommit till fem. Eftersom räkneord och karameller har parbildats i räkningen måste karamellerna vara lika många som räkneorden.

Ibland avbildar barn denna föreställning av parbildade räkneord-objekt när de ritat för att lösa uppgifter. Bland redovisningarna av hur barnen löste uppgift 6 i del F – där Måns och Mia tillsammans har plockat nio stenar – hittade vi till exempel den vänstra bilden nedan. I gruppuppgiften till del B – ”Hur många vita pärlor i halsbandet?” – hittade vi den högra.



Oftast ritat barn enbart objekten, stenarna eller pärlorna i de två exemplen ovan. De här barnen har ritat *både* objekt och siffror. Andra barn återigen ritat – eller snarare skriver – *enbart siffrorna*.

För att barn inte ska hamna i en situation, där ramräkning blir deras enda alternativ för beräkningar, måste två förutsättningar vara uppfyllda:

1. De måste ha automatiserad kunskap om subtraktion (uppdelning av tal) inom området 1–10.
2. De måste ha förståelse för 10-basen och ha kommit underfund med att de kan dela upp det adderade eller subtraherade talet vid 10-gränsen.

Även om du av de skriftliga diagnoserna förstår att du har många barn i din klass som ramräknar i slutet av år 2, behöver du förmodligen bara gå igenom hela samtalsunderlaget med ett fåtal. I samtalsunderlaget ingår utöver de arton numrerade uppgifterna en onumrerad uppgift som kallas ”Lek med tal”. Uppgifterna finns på s 37 ff.

Pröva gärna, om du har möjlighet, alla informellt med uppgifterna 1–4 och uppgifterna 10–11 i samtalsunderlaget. När du har sett hur eleverna löser dessa uppgifter kan du avgöra om du behöver genomföra hela samtalet med någon elev.

När det gäller elever med stora problem räcker det inte med att ställa några frågor under pågående lektion. Då behöver du använda samtalsunderlaget i sin helhet – eller i varje fall så långt eleven kan ”hänga med”.

Under samtalet bör det alltid finnas material framlagt på bordet av de slag eleverna är vana att använda i klassen. Det bör också finnas papper och penna så att eleverna kan göra anteckningar eller rita. De bör emellertid aldrig uppmanas att använda någon form av konkret material eller att rita. *En intressant information är nämligen om de över huvud taget förstår att det går att representera tal med konkret material eller med en mer eller mindre schematisk teckning.*

Förslag till instruktion till "Lek med tal"

Skriv 9 på ett kort och säg till eleven: "Lägg så många knappar på kortet som siffran visar". När eleven har lagt upp nio knappar säger du: "Nu tar jag alla dina nio knappar – du ser att det bara är de här nio knapparna jag tar, inga andra – och så lägger jag dem i de här två askarna. Jag har litet bomull på botten så att du inte ska kunna höra hur många jag lägger i varje ask".

När du är klar, fortsätter du: "Nu finns de nio knapparna i de här två askarna, men du vet inte hur många som finns i varje ask. Hur många av knapparna tror du att jag har gömt i den första och hur många tror du att jag har gömt i den andra asken?"

Eleven får ge fem olika förslag. I rutorna skriver du in elevens förslag. Fråga varje gång: "Hur listade du ut (Hur kom du på... Varför trodde du...) att jag kunde ha gömt knapparna så?" eller "Jag hörde att du räknade lite. Hur räknade du ...?" Öppna sedan askarna för att se hur många knappar som finns i varje ask. Anteckna elevens svar och dina observationer.

Barn som upplever situationen i "Lek med tal" som en addition – "lägg till det som fattas för att det ska bli nio" – räknar framåt, ofta med stöd av fingrarna. Barn som upplever situationen som en subtraktion – "hon har tagit bort några och lagt i den andra asken" – räknar bakåt.

Vi vet redan att detta inte är någon särskilt lyckad metod i det långa loppet, särskilt inte när talen blir större, och hur den i princip blir omöjlig att använda i multiplikation och division. Denna metod kan lösa problemet för stunden, men kan aldrig utvecklas till tankefärdigheter.

Instruktion till uppgifterna 1–4

Läs uppgifterna högt för eleverna och anteckna hur de löser problemen på samma sätt som du gjorde i "Lek med tal".

Instruktion till uppgifterna 5–9

Uppgifterna 5–9 avser att pröva om eleverna är säkra på sekvensen till och med 100. Anteckna här om barnen måste gå tillbaka och börja på ett tidigare räkneord i uppgifterna 5, 6 och 7, och om de måste räkna framåt en bit innan de räknar bakåt i uppgifterna 8 och 9.

Om barnen inte klarar uppgifterna 6 och 8 kan du be dem börja med 8 och räkna framåt till 12 eller börja med 10 och räkna bakåt till 0.

Instruktion till uppgifterna 10–11

Dessa uppgifter avser att pröva om eleverna förstår att de kan addera eller subtrahera hela 10-tal eller om de ramsräknar. Löser de uppgiften genom att till exempel skriva $2 + 2 = 4$; $2 + 3 = 5$, eller genom att ställa upp talen under varandra, ger du dem ett liknande problem och ber dem att försöka lösa uppgiften utan att använda pennan.

Instruktion till uppgifterna 12–18

Dessa uppgifter är avsedda för elever som har gett korrekta automatiserade svar – eller korrekta svar som har tänkts ut – på samtliga eller nästan samtliga uppgifter inom talområdet 1–10. *Börja med att låta eleverna berätta en historia till någon av dessa " nakna sifferuppgifter".* För övrigt arbetar du på samma sätt med dessa uppgifter som med uppgifterna 1–4.

Underlag för individuella samtal

Namn: _____

Lek med tal

9

1	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	<input type="text"/>

1.

2.

3.

4.

5.

1. Om du har 3 kronor och vill köpa ett tuggummi som kostar 7 kronor, räcker dina pengar då?
Hur många kronor fattas?

Svar:

Väg till svaret:

2. Om du har 10 karameller och äter upp 7 stycken, hur många har du då kvar?

Svar:

Väg till svaret:

3. Om du har 2 kronor och vill köpa en glass för 9 kronor, räcker dina pengar då?
Hur många kronor fattas?

Svar:

Väg till svaret:

4. Om du har 4 pennor och ni är 10 barn som vill rita, räcker dina pennor då?
Hur många pennor fattas?

Svar:

Väg till svaret:

5. Börja räkna på 75 och fortsätt till dess du har kommit till 105.

6. Börja på 26 och räkna framåt tills jag säger stopp!

7. Börja på 39 och räkna framåt tills jag säger stopp!

8. Börja på 28 och räkna bakåt tills jag säger stopp!

9. Börja på 41 och räkna bakåt tills jag säger stopp!

10. Måns bakade 23 pepparkakor och Mia 22 pepparkakor. Hur många pepparkakor bakade de sammanlagt?

Svar:

Väg till svaret:

11. Det fanns 45 personer på bussen. Tio steg av. Hur många var kvar?

Svar:

Väg till svaret:

12. $6 + 8 =$ Väg till svaret:

13. $47 + 6 =$ Väg till svaret:

14. $58 + 6 =$ Väg till svaret:

15. $14 - 6 =$ Väg till svaret:

16. $13 - 7 =$ Väg till svaret:

17. $82 - 7 =$ Väg till svaret:

18. $36 - 8 =$ Väg till svaret:

Dokumentation av elevens kunnande i matematik

Eleverna kan arbeta med de olika uppgifterna på många olika sätt. De som kommit fram till korrekta resultat kan ha använt olika strategier, exempelvis sådana som är beroende av sitt sammanhang eller mer generella. De elever som kommit fram till ett felaktigt resultat kan ha gjort fel som är mer tillfälliga, dvs de förekommer inte systematiskt utan är av mer slumpmässig karaktär, exempelvis avläsningsfel, avskrivningsfel, enklare räknefel. Det finns dock fel som är systematiska, dvs de uppträder praktiskt taget konsekvent i elevernas arbeten. Dessa fel kan yttra sig på olika sätt. Allvarliga fel kan vara att eleverna inte förstår räknesättens innebörd, de använder inte relevanta uppgifter i sina lösningar, de använder ofta invecklade lösningsstrategier. De systematiska, allvarliga felen beror ofta på brister i begreppsförståelse (t ex hälften/dubbelt). Tyvärr har dessa fel en tendens att kvarstå upp genom skolåren om inte elevens svårigheter upptäcks tidigt och eleven får adekvat hjälp. Vid analysen av elevernas arbeten är det därför viktigt att inte bara konstatera om eleven kommit fram till ett korrekt eller felaktigt resultat utan också på vilket sätt eleven erhållit resultatet och vilka begrepp som eleven visat att han/hon har eller inte har förstått.

Vi har gjort ett förslag till underlag där du kan föra in det kunnande som eleven visar inom olika områden. På så sätt kan du få en översikt över elevens förtjänster och brister i matematik. Detta underlag kan användas vid olika tillfällen. Underlaget kan då spegla elevens utveckling i matematik över tid. Det finns också utrymme för en sammanfattande kommentar.

Rubrikerna i underlaget stämmer överens med de rubriker som finns i översikten på s 8. Motsvarande rubriker återfinns också i *Analysschema i matematik – för åren före årskurs 6* (Skolverket 2000). Den lärare som vill kan naturligtvis använda analysformatet som underlag för dokumentation istället.

Dokumentation av kunnande i matematik

Namn:

Mätning och rumsuppfattning	
Grundläggande rumsuppfattning	
Avbildning, förstoringar och förminskningar	
Mönster	
Symmetri	
Längd	
Massa (vikt)	
Area	
Tid	
Sortering, tabeller och diagram	
Klassificering och sortering	
Tabeller	
Diagram	
Taluppfattning	
Positionssystemet	
Räknesekvens	
Uppdelning av tal	

Huvudräkning	
Skriftliga räknemetoder	
Miniräknare	
Förståelse för räknesätten	
Mönster	
Hälften/dubbelt	
Tal i bråkform	
Övrigt	
Tilltro till sin förmåga	
Förmåga att hantera problem	
Förmåga att kommunicera och argumentera muntligt och skriftligt	

Sammanfattning av elevens kunskande, förtjänster och brister i matematik och förslag till fortsatt arbete.

Lärarenkät – Diagnostiska uppgifter i matematik

Vi ber alla som använder de diagnostiska uppgifterna i matematik att besvara nedanstående frågor. Vi är givetvis också intresserade av synpunkter från dem som kommit i kontakt med det diagnostiska materialet men av olika anledningar inte använt det.

Lärarenkäten skickas till nedanstående adress:

PRIM-gruppen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm

Lärarenkät – Diagnostiska uppgifter i matematik

Namn:

Skola:

Ort:

Användning av Diagnostiska uppgifter i matematik

Jag har använt materialet

för alla mina elever

för en del av mina elever (Antal: _____ av _____)

Vilka delar av materialet har du använt?

Synpunkter på elevmaterialet

(innehåll, tidsåtgång, svårighetsgrad etc)

Uppgifter att lösa individuellt

Underlag för individuella samtal

Övrigt läromaterial

Vilken *nytta* har du haft av materialet *vid diagnostisering* av elevernas kunskaper i matematik?

- Stor nytta
- Viss nytta
- Inte särskilt stor nytta

Motivera gärna ditt svar

Vi har gett exempel på elevarbeten som är kvalitetsmässigt olika. Har dessa exempel varit till hjälp för dig när du diagnostiserat dina elevers kunskaper?

- Ja, absolut
- Ja, i stort sett
- Ja, i viss mån
- Nej, knappast
- Nej, absolut inte

Motivera gärna ditt svar

Elevmaterial

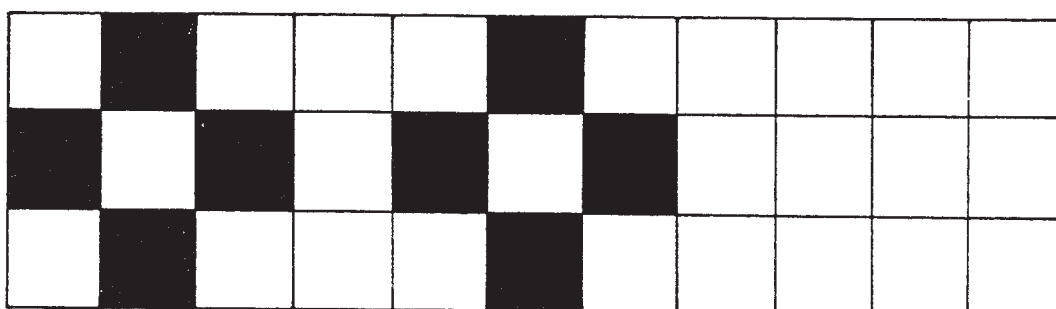
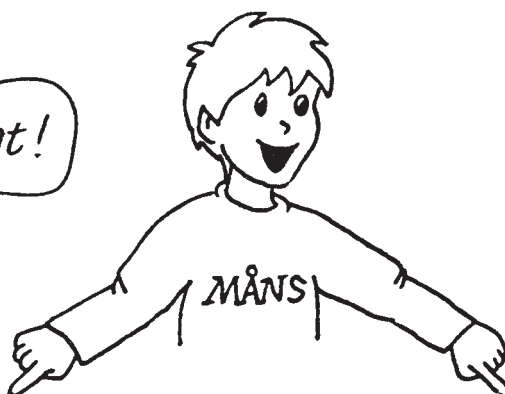
Kopieringsunderlag

**LÖS PROBLEM
MED
MÅNS OCH MIA**



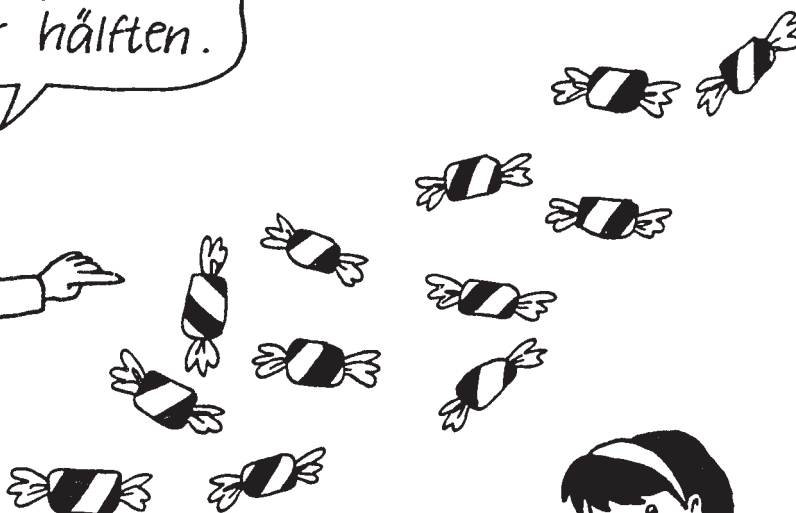
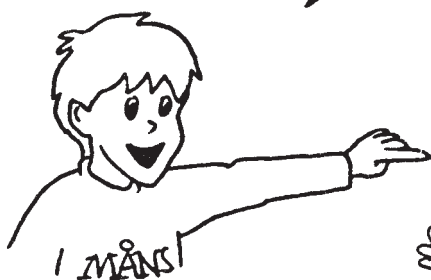
1.

Gör det här
mönstret färdigt!



2.

Tant Eva gav mig de här
karamellerna.
Du får hälften.



Ringa in Mias karameller!

3.

Jag har gjort ett H här.

Gör ett likadant H fast större här!

MIA

4.

Jag har så här många hockey-bilder.

Jag har hälften så många.

MÅNS

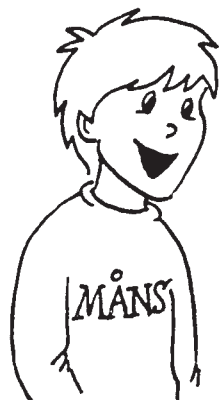
Rita Mias bilder här!

MIA

5.

Vad kostade klubban?

Jag lämnade
en 5-krona
och fick
2 kr tillbaka.



Vad kostade klubban?



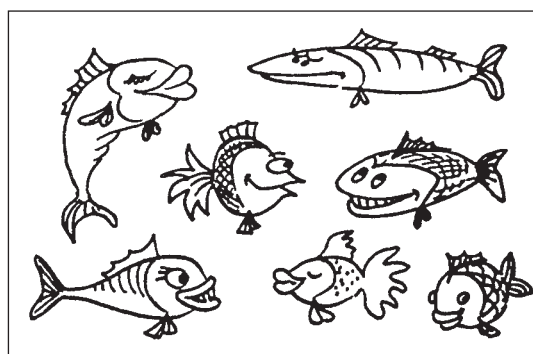
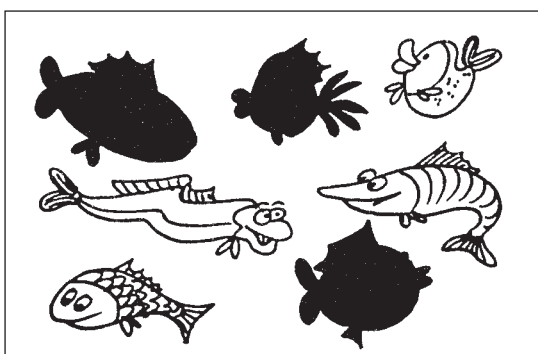
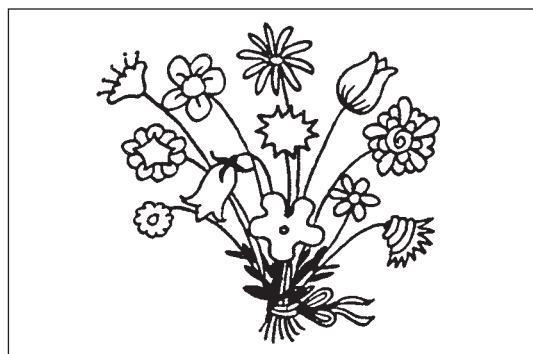
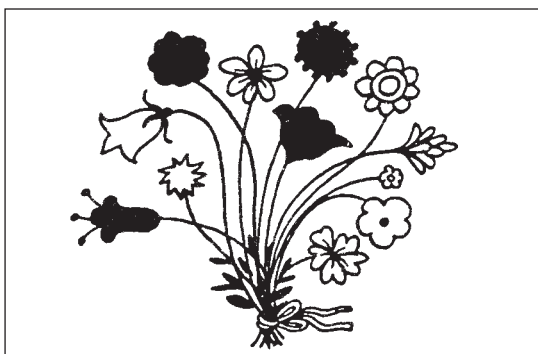
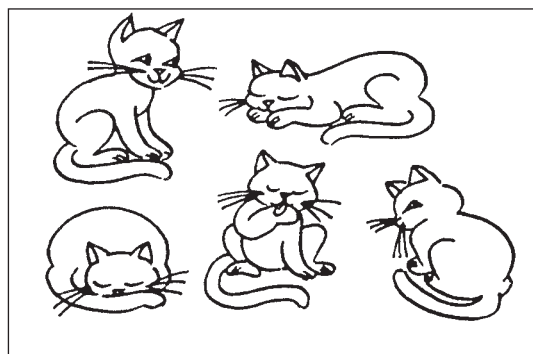
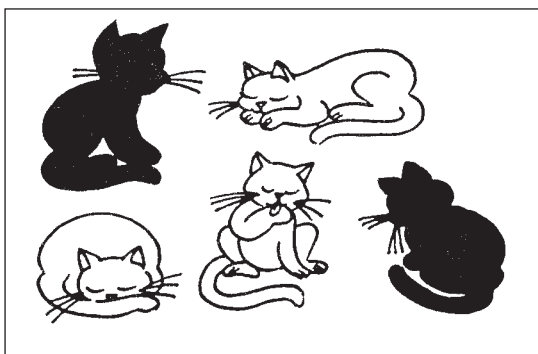
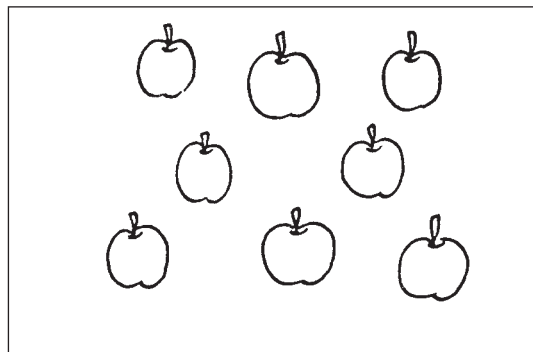
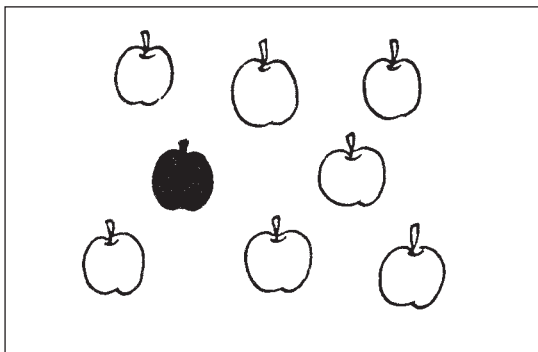
Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

6.

Jag har målat
några saker här.



Måla dubbelt
så många här!



7.

Gör de här
mönstren färdiga!



Nu får du göra
egna mönster här!

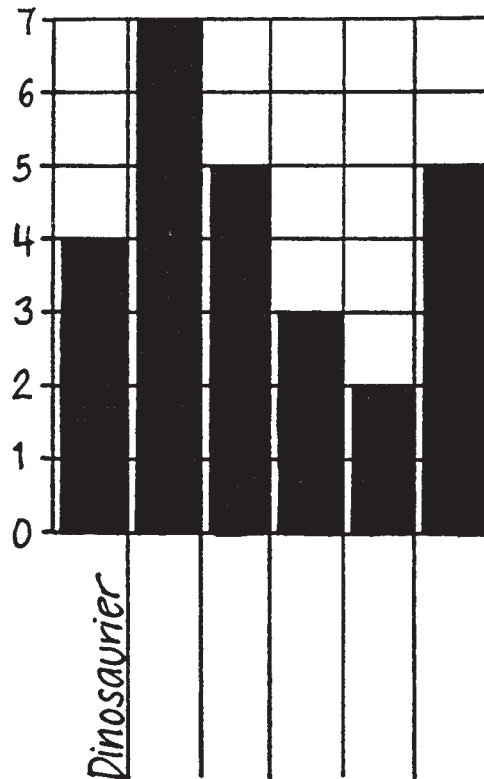




Fyll i det jag har glömt att skriva här!

MIA

Nallar	
Bilar	###
Dinosaurier	
	###
Bollar	



Och skriv de ord jag har glömt att skriva här!



1. Rita äpplen och bananer!

Det ska vara
hälften så många äpplen
som bananer!





2.

Nu har jag ritat 13 så här.

???

MIA

MÅNS

Kan du lista ut vad jag har ritat här?
Skriv svar i rutan!

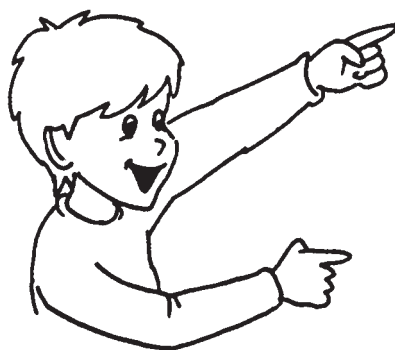
13

3.

Jag har ritat 23. Men jag tänkte rita 38. Gör bilden färdig åt mig!

4.

Nu har jag ritat
35 så här.



Ungefär hur mycket
är då det här?
Skriv svar i rutan!



5.



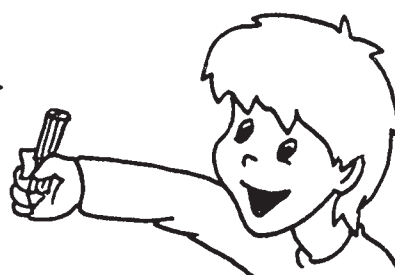
Jag har ritat 23.
Men jag tänkte
rita 38. Gör bilden
färdig åt mig!

Den tjocka delen av den här linjen betyder 33.



6.

Den här tjocka linjen är 20. Gör så att den blir 40, ungefär!



7.

Den tjocka linjen är 65.
Jag har satt ut 60.
Sätt ut 30!

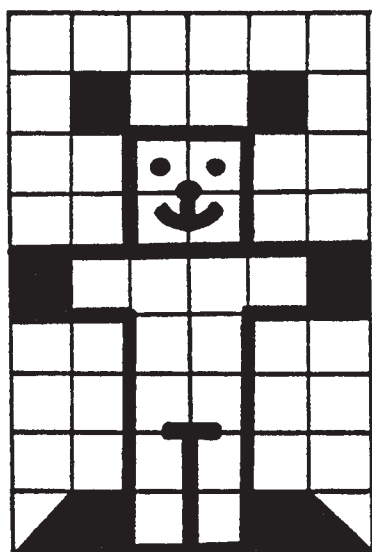


8. Rita hjärtan och stjärnor!

Det ska vara
dubbelt så många hjärtan
som stjärnor!

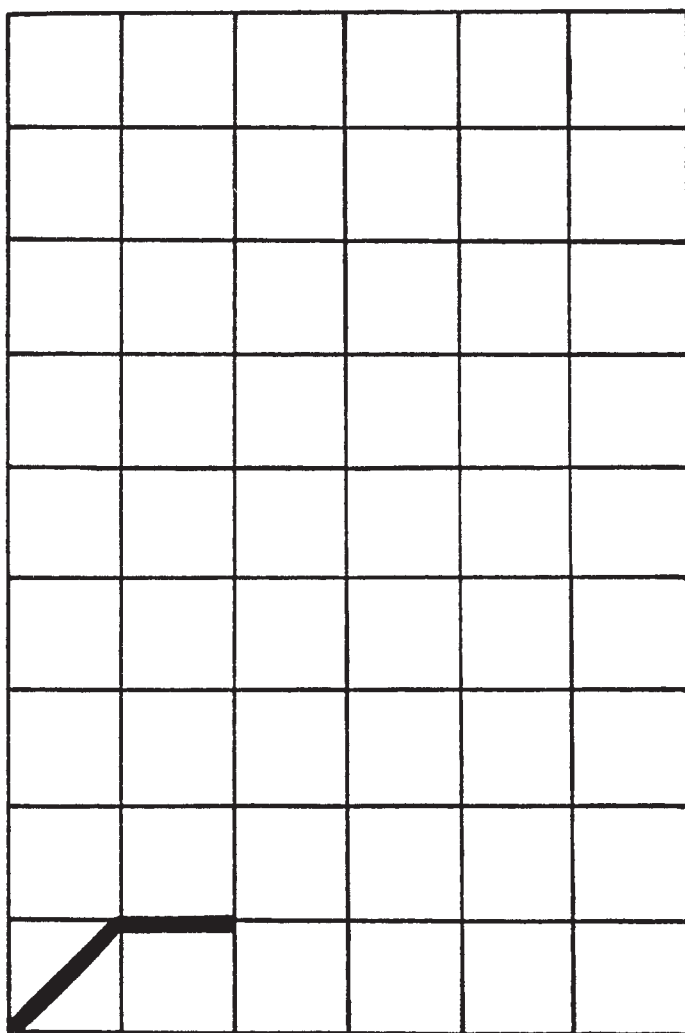


9.



Jag har ritat
den här!

Gör en likadan
men större!



Jag använde 10 svarta pärlor till mitt halsband.

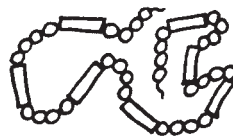
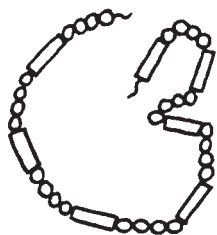


Hur många vita pärlor fanns det i halsbandet?



1.

Lisas halsband Annas halsband



Mias halsband

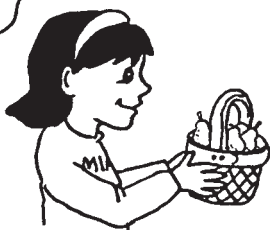


Vem har det längsta halsbandet?



2.

Jag har 14 päron
i min korg.



Jag har hälften
så många.

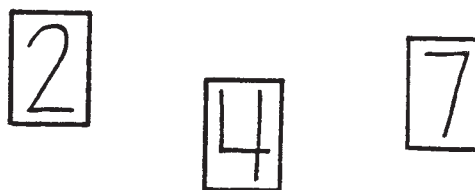


Hur många päron har Måns?



3.

Här är tre kort.
Gör tal av dem!



Jag gör
talet 472.



Gör ett tal
som är mindre än 472!



Gör ett tal
som är större än 472!



4.

Jag har 8 frimärken!

Jag har dubbelt
så många!

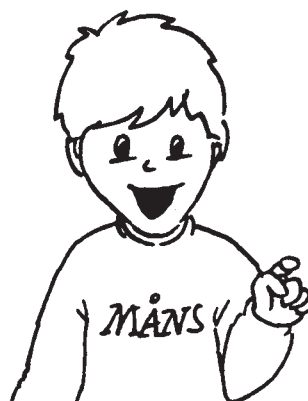
Hur många frimärken har Mia?



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!



Nu får du skriva
hur du löser
den här uppgiften!



5.

$$56 - 33 =$$



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!



6.



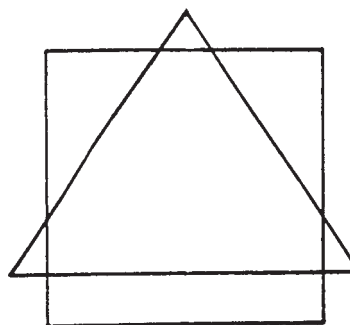
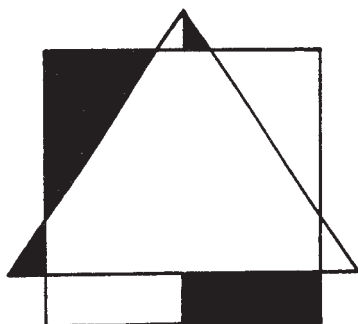
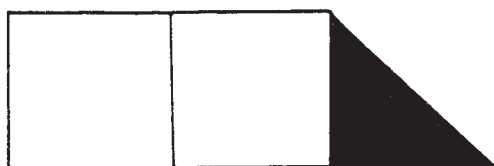
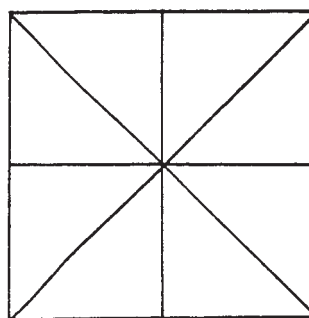
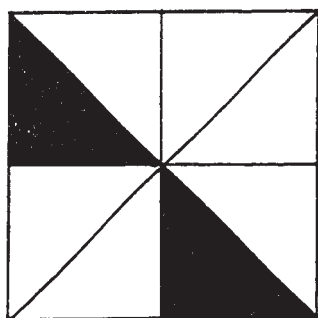
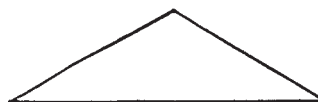
Nu får du skriva om något som jag kan ha berättat om här!

7.

Jag har målat lite
av varje figur här.

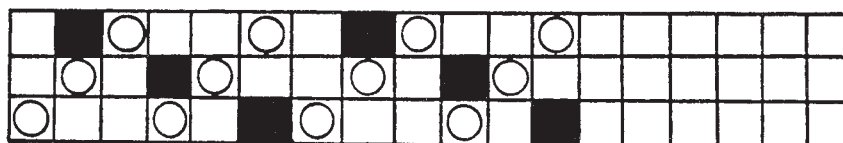
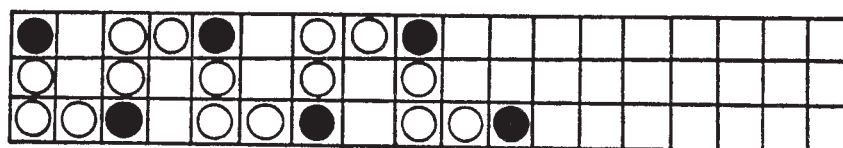


Måla dubbelt så
mycket här !



8.

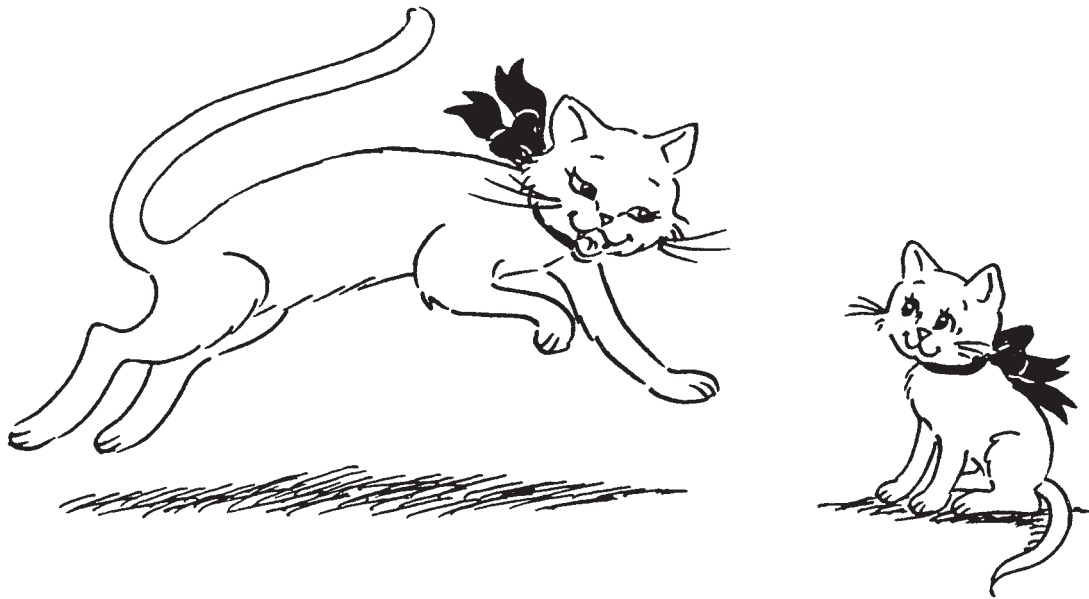
Gör de här
mönstren färdiga!



Nu får du göra
egna mönster här!



<p>Max och Myran är två katter.</p> <p>Max väger 2 kg mer än Myran.</p> <p>Max svans är 27 cm lång.</p>	
<p>Myran väger 5 kg.</p> <p>Myran är 12 cm kortare än Max.</p>	<p>Myran är lite yngre än Max.</p>
<p>Myrans svans är inte lika lång som Max svans.</p>	<p>Myran kan springa från huset till bryggan på en minut.</p>
<p>Max är 85 cm lång.</p> <p>Max är 7 år.</p>	<p>Myran lapar 2 dl mjölk om dagen.</p>
<p>Max lapar dubbelt så mycket mjölk som Myran</p>	<p>Max springer från huset till bryggan på 1 minut och 5 sekunder.</p>

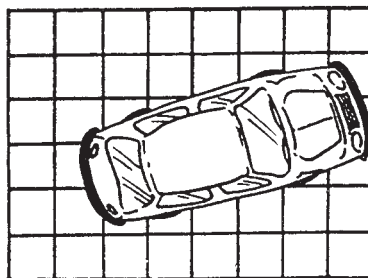
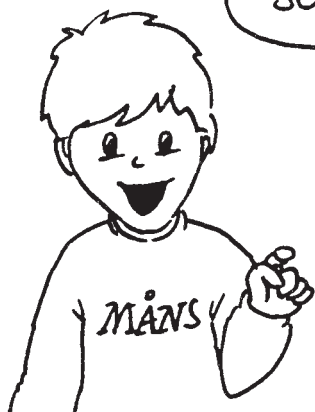


Frågor till korten om Max och Myran

1. Hur gammal är Myran? _____
2. Hur mycket väger Max? _____
3. Hur lång är Myrans svans? _____
4. Hur mycket mjölk lapar Max om dagen? _____
5. Vem springer fortast från huset till bryggan? _____
6. Hur lång är Myran? _____

1.

Vi ska göra
en parkerings-plats
som ser ut så här!

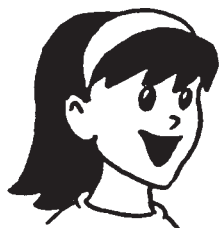


Hur många stenplattor behöver vi?



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

2.



Hur lång tid tar det att ... ?

Ungefär hur lång tid tar det att räkna till fem jättesnabbt?

Ungefär hur lång tid brukar du sova på natten?

Ungefär hur lång tid tar det för dig att borsta tänderna?

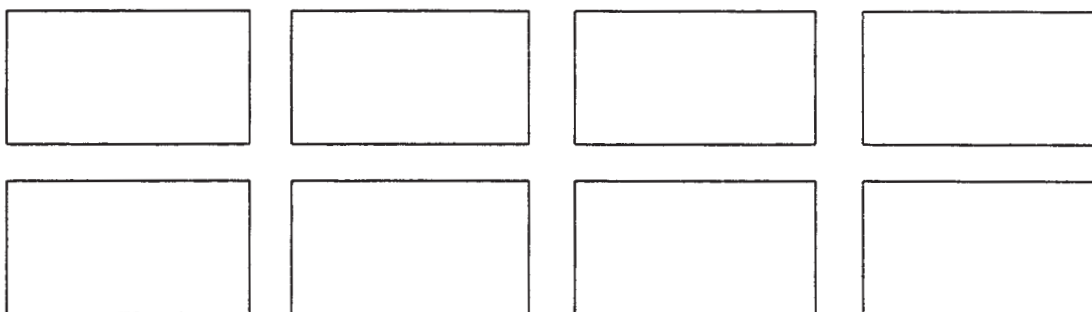
Ungefär hur lång tid har du sommarlov?

3.

Jag har målat
hälva den här
rutan svart.



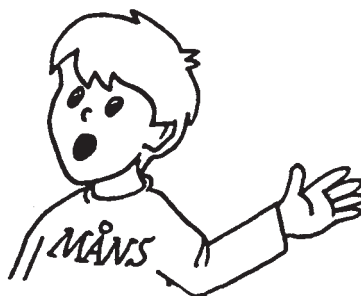
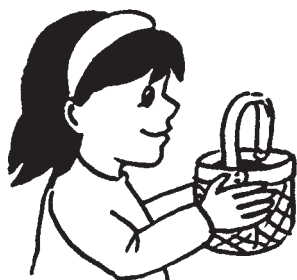
Måla hälften av
varje ruta röd.
Alla ska se olika ut.
Måla så många
du kan!



4.

Jag fick fem kronor
av mormor
för svampen
i min korg.

Jag fick
hälften så mycket
av tant Emma.



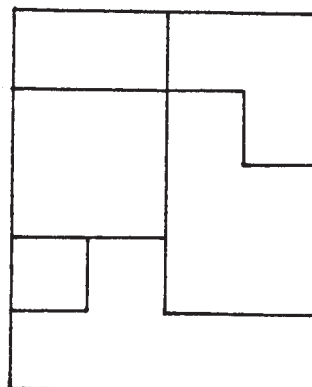
Hur mycket fick Måns för sin svamp?



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

5.

Två bitar är lika stora.
Sätt kryss på dem!



Berätta hur du vet att just de är lika stora.

6.

Jag har ...

Jag har
dubbelt
så många.

Jag har ...

Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

16 blommor

blommor

Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

18 kort

kort

Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

24 kulor

kulor

Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

28 kronor

kronor

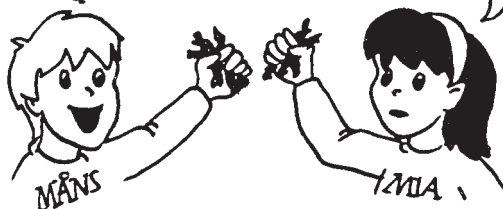
7.

Ni får hälften var av karamellerna i påsen.



Jag fick nio!

Jag fick bara fem!

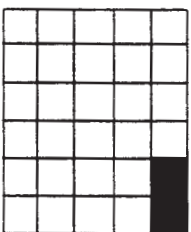
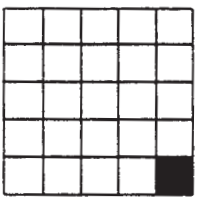
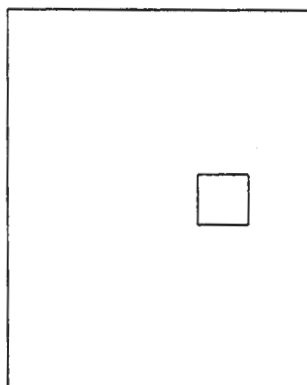
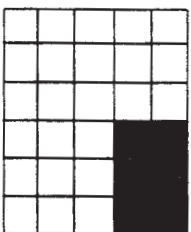
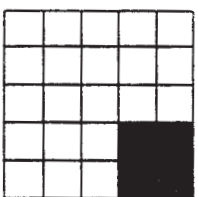
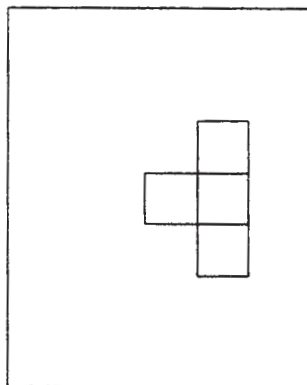
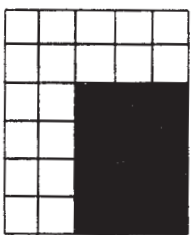
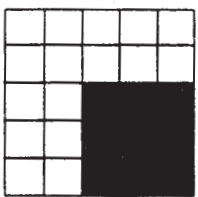
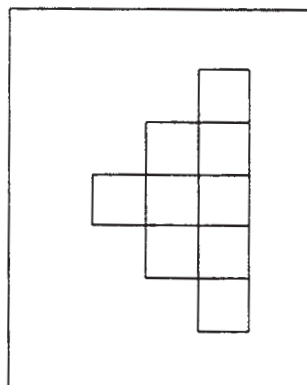
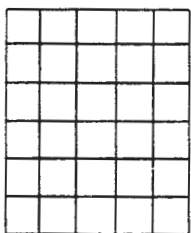
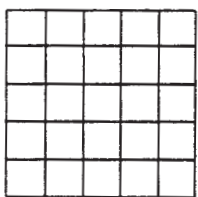
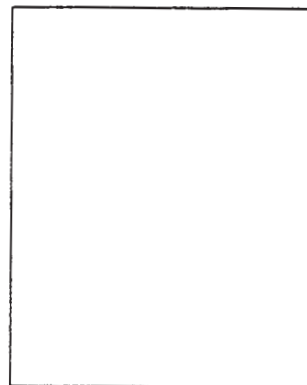
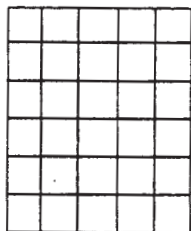
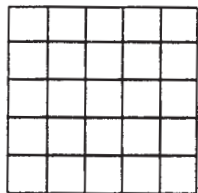


Hur många karameller ska Måns ge Mia?

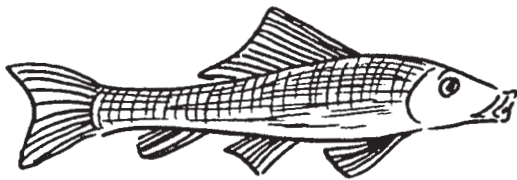




Fortvätt som
jag har börjat!



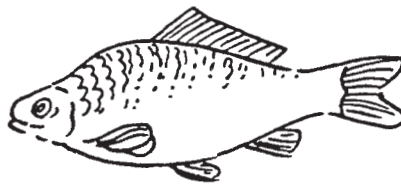
FISKAR



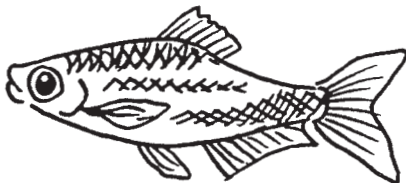
Algätare



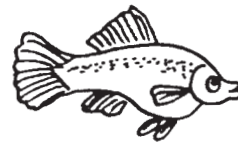
Black Molly



Guldfisk



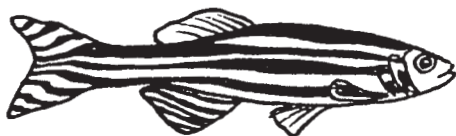
Neontetra



Platy



Svärdbärare



Sebrafisk



Guppy

PRISLISTA

Akvarium 50 liter	250 kr
Belysning	100 kr
Doppvärmare	195 kr
Luftpump	199 kr
Håv	20 kr
Termometer	20 kr
Sand	10 kr per kg

Går åt sju och ett halvt kilo.

Magnetskrapa	39 kr
Flingfoder	30 kr

FISKAR

Algätare	20 kr
Black Molly	18 kr
Guldfisk	38 kr
Guppy	17 kr
Neontetra	9 kr
Platy	18 kr
Sebrafisk	12 kr
Svärdbräare	19 kr

VÄXTER

Ormbunkar	15 kr
Svärdplantor	15 kr
Vallisneria	15 kr
Vattenpest	20 kr

VÄXTER



Ormbunke



Vallisneria



Svärdplantor

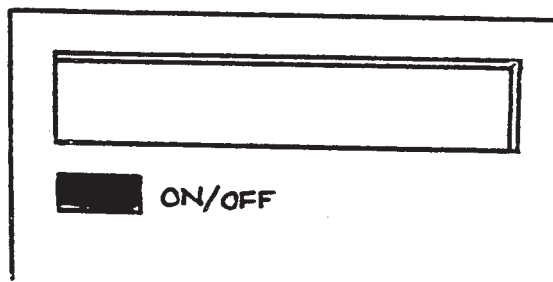


Vattenpest

1.

Vilket är det största tal
du kan slå in
på din miniräknare?

Skriv det här!



2.



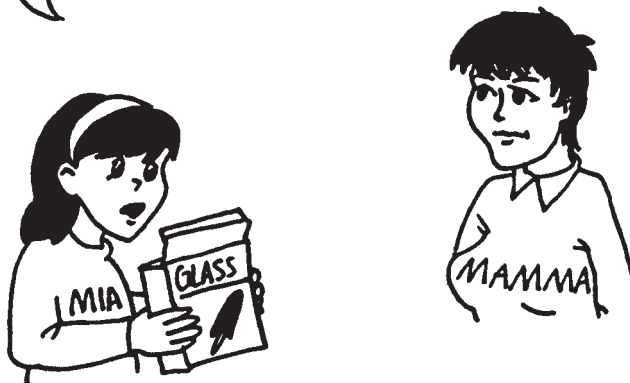
Hur många 8-åringar väger tillsammans
ungefär lika mycket som björningen?



Rita eller skriv hur du
löser uppgiften eller
vilka knappar du
trycker på!

3.

Det finns bara sju glasspinnar
och vi blir 22 barn på kalaset!



Hur många glasspinnar fattas?

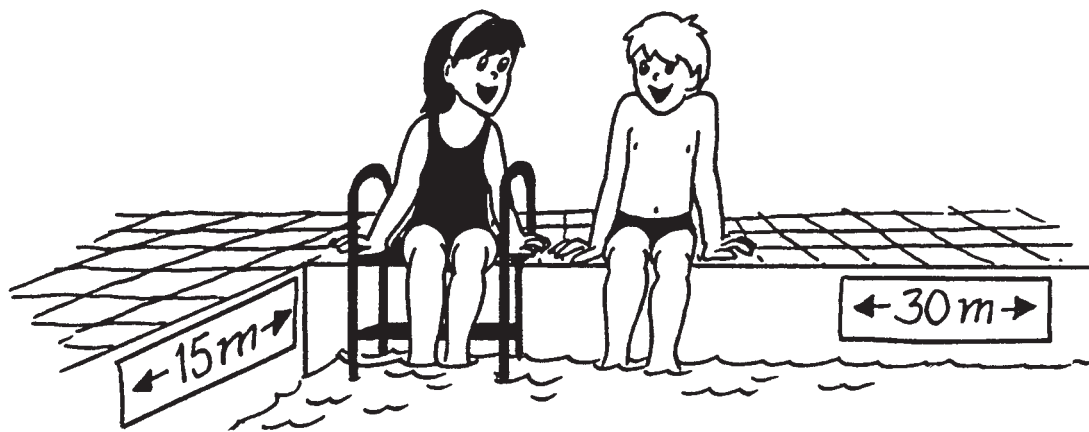


Rita eller skriv hur du
löser uppgiften eller
vilka knappar du
trycker på!

4.

Hur långt simmade du idag, Måns?

Jag simmade runt bassängen.

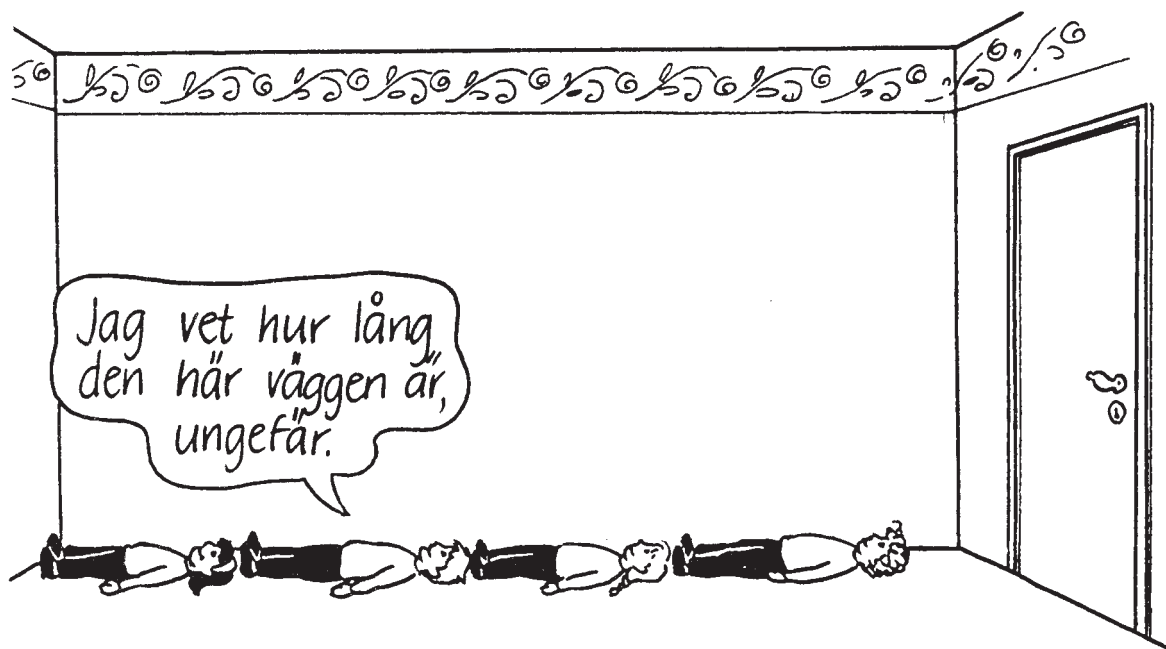


Ungefär hur långt simmade Måns?

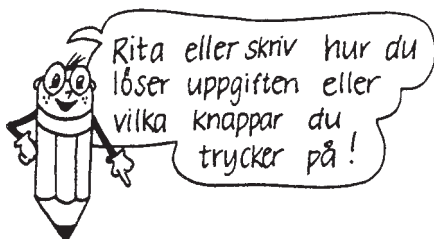


Rita eller skriv hur du löser uppgiften eller vilka knappar du trycker på!

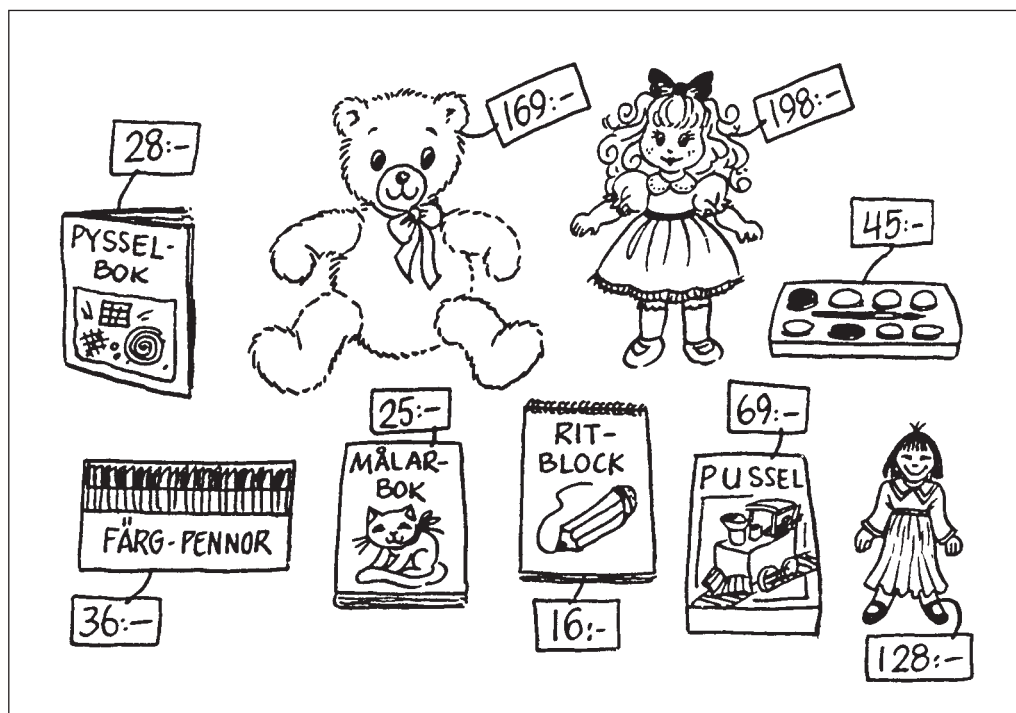
5. Måns och Mia och Filip och Anna får plats längs ena väggen.



Ungefär hur lång är väggen i verkligheten?



6.



Mia köpte två av sakerna i fönstret.
Nu har hon bara 3 kronor kvar.

Vad har Mia köpt?



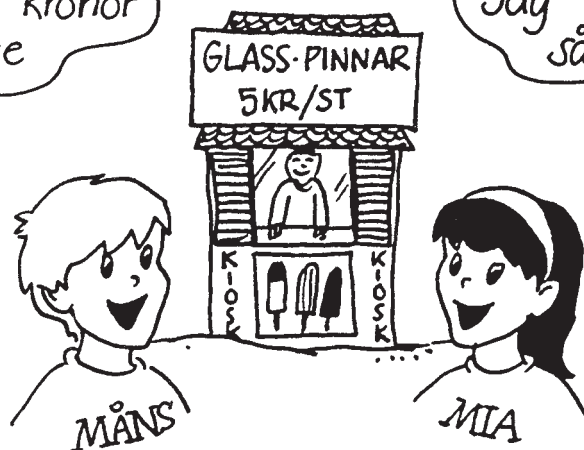
Rita eller skriv hur du
löser uppgiften eller
vilka knappar du
trycker på!



7.

Jag har 3 kronor
och 50 öre

Jag har dubbelt
så mycket!



Hur mycket har Mia?



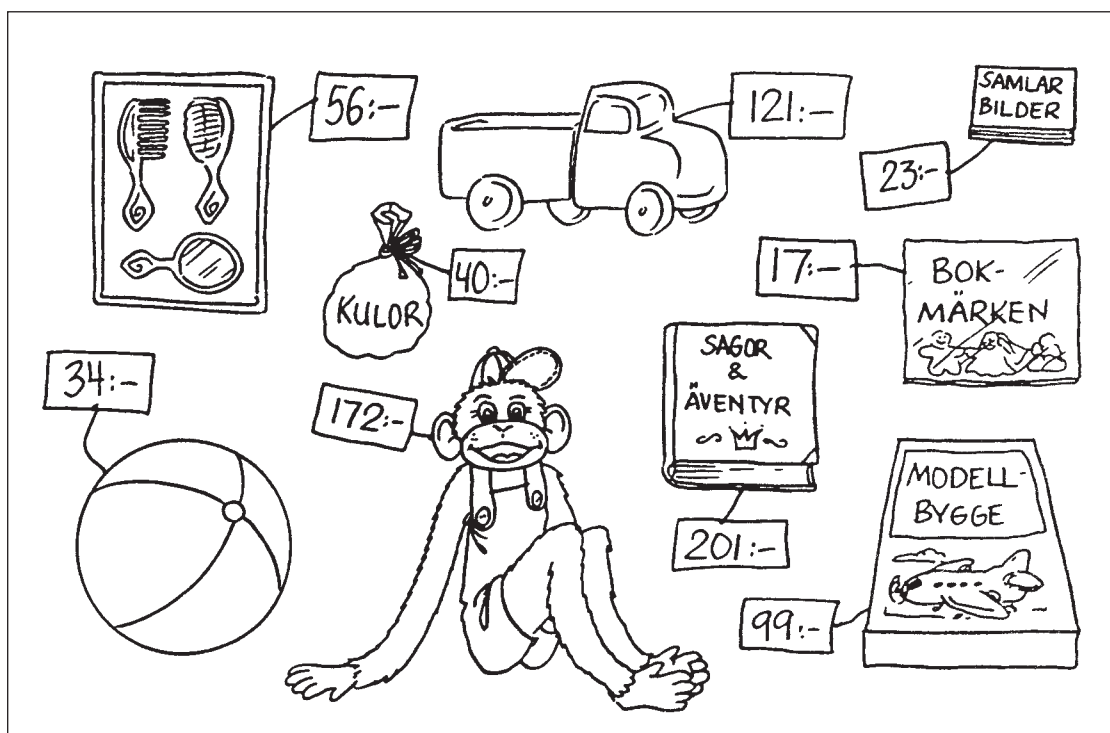
Rita eller skriv hur du
löser uppgiften eller
vilka knappar du
trycker på!

Måns och Mia lade ihop sina pengar.
Räckte det till en glass åt Måns och en åt Mia?

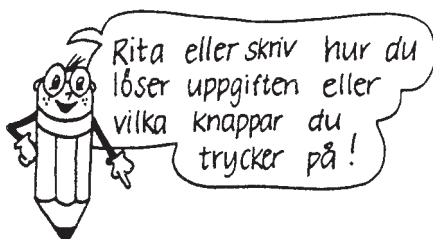


Rita eller skriv hur du
löser uppgiften eller
vilka knappar du
trycker på!

8.

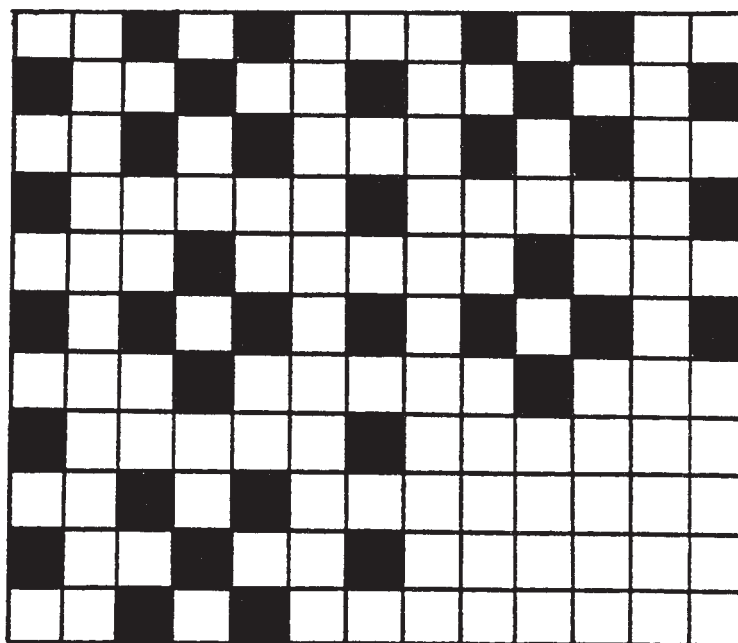
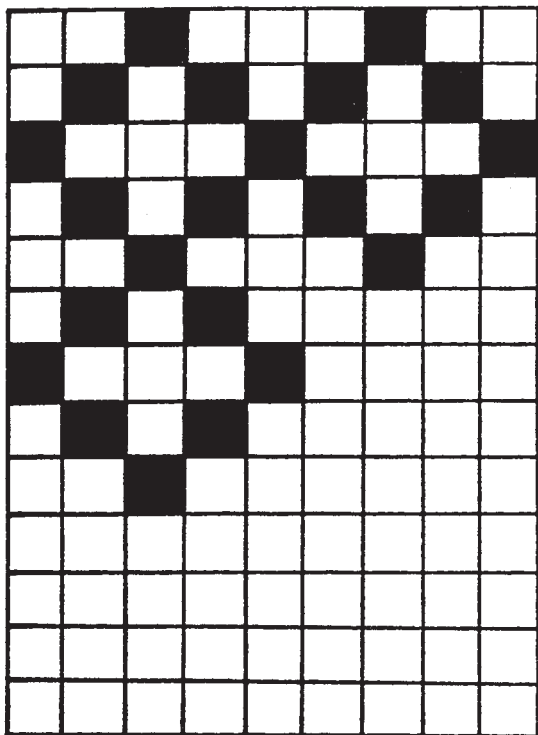


Måns mamma köper de tre dyraste sakerna.
 Hon lämnar en tusenlapp.
 Hur mycket ska hon ha tillbaka?

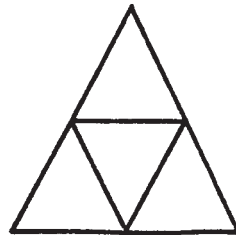
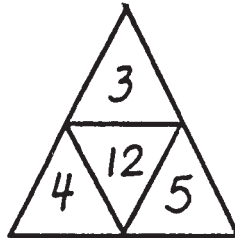
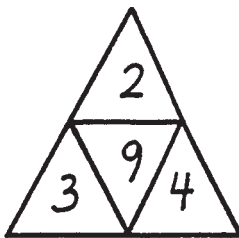
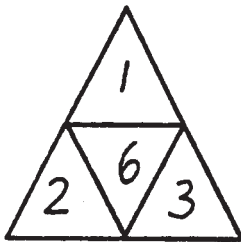


10.

Gör de här golven färdiga!



Det här är mina hemliga tal.
Vilka tal tror du ska stå
i de tomma trianglarna?



Berätta varför du tror att just de talen ska stå där.

1.

Det är 28 äpplen i korgen.
Alla sju ska ha lika många.



Hur många äpplen får varje barn?



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

2.

$$27 + 8 =$$



3.

$$32 - 8 =$$



4.

Jag har ...



Jag har
hälften
så många.

Jag har ...



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

30 böcker

böcker



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

70 kronor

kronor



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

90 vita stenar

vita stenar



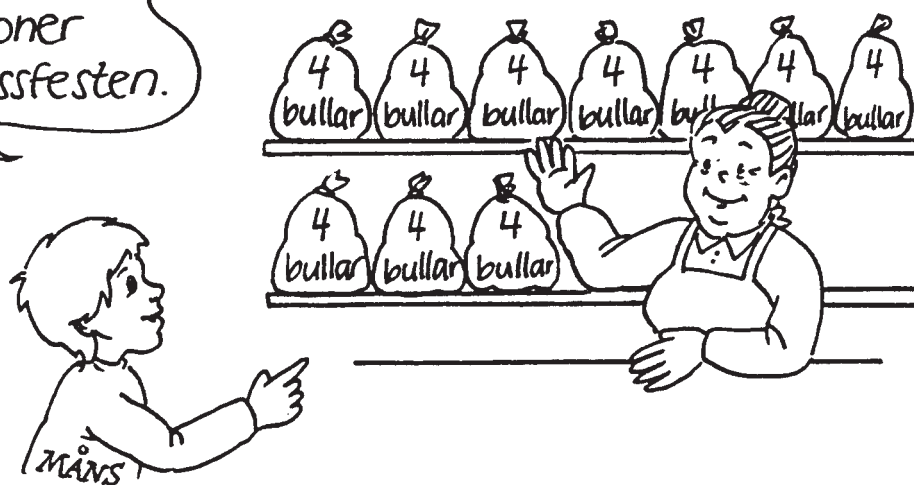
Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

50 färgkritor

färgkritor

5.

Det kommer
21 personer
till klassfesten.

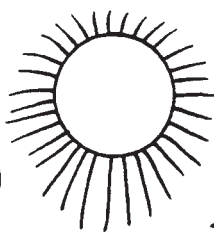


Alla ska ha varsin bulle.
Hur många påsar måste Måns köpa?



6.

Nu har vi plockat
9 stenar tillsammans.



Men jag har
plockat dubbelt
så många som du.



Hur många stenar har Måns plockat?

Hur många stenar har Mia plockat?



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

7.

Jag ska ha läsk till alla på vår utflykt.

De här 6 flaskorna
räcker till 20 personer,
ungefär.

Men vi är 50 stycken!



Hur många flaskor måste Måns köpa?



Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

8.

Jag tar en tredjedel
av gubbarna.
Ni får dela på resten!



Hur många kakor tar mamma?

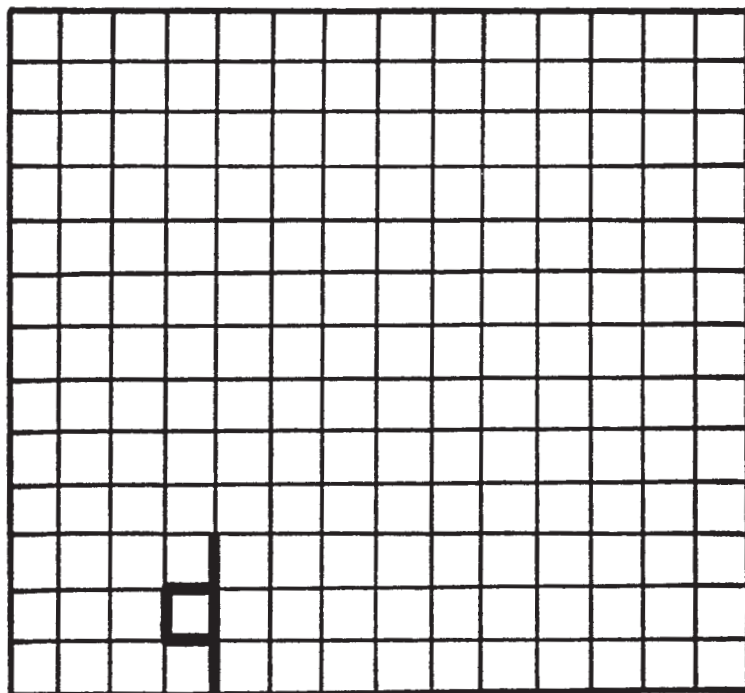
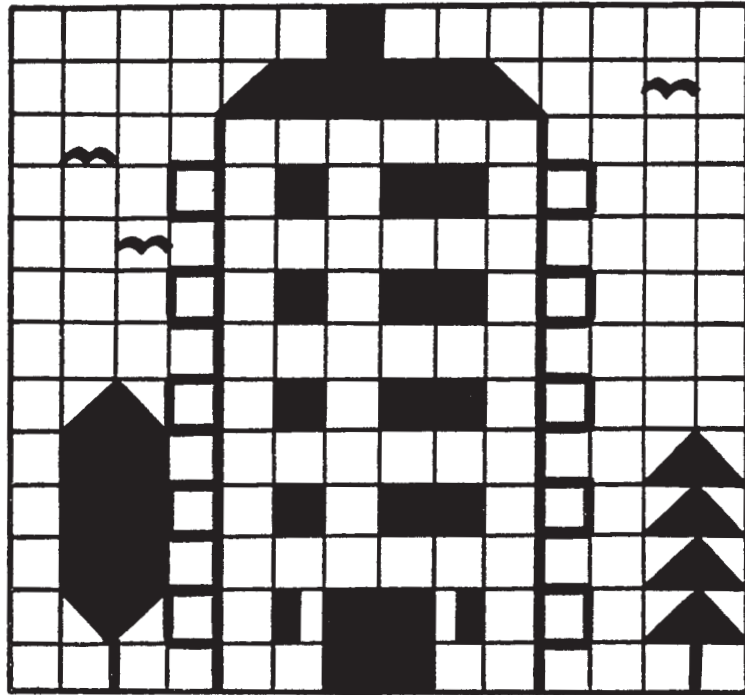
Hur många får varje barn?



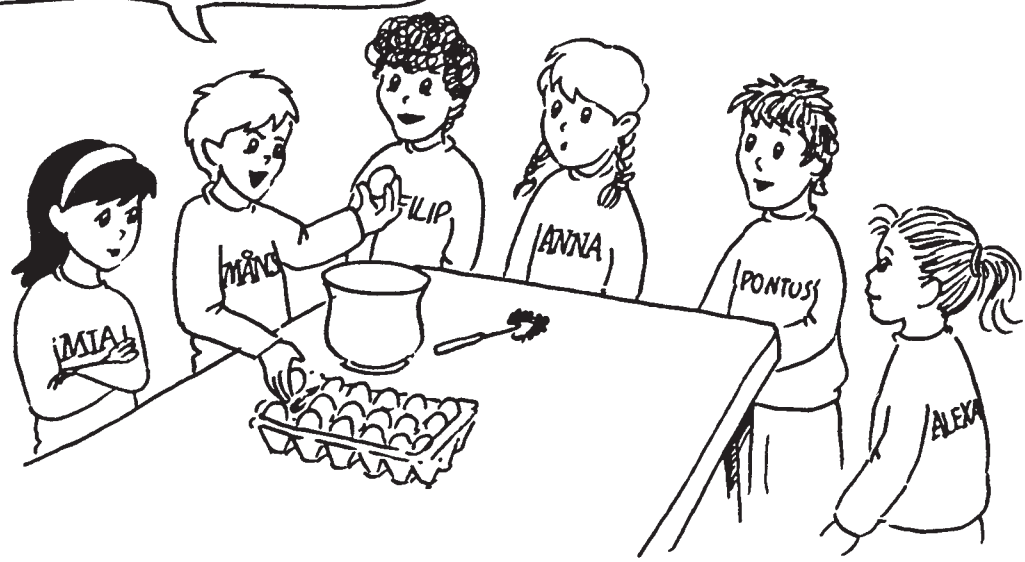
Rita eller skriv
hur du löser
uppgiften!

9.

Rita likadant!



Till fyra personer brukar jag ha sex ägg. Nu är vi sex personer.



Hur många ägg behöver Måns nu till omeletten?



Rita eller skriv hur du löser uppgiften!

Frågor till dig

1. Vad tycker du om matematik?

2. När tycker du att du lär dig matematik bäst?

3. Vad vill du lära dig i matematik?



Skolverket

www.skolverket.se