

Resultat från kursprovet i matematik kurs 1a, 1b och 1c våren 2013

Karin Rösmer och Samuel Sollerman

PRIM-gruppen

Inledning

De nationella kursproven i matematik kurs 1a, kurs 1b och kurs 1c konstrueras och utvecklas av PRIM-gruppen, Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning över resultaten från kursprov 1a, 1b och 1c som gavs våren 2013. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultat från genomförandet av de aktuella proven.

Resultatredovisningen från vårens kursprov i matematik kurs 1a, kurs 1b och kurs 1c kommer från två skilda insamlingar. Den ena insamlingen är Skolverkets resultatinsamling som genomförs på kursprov på samtliga gymnasieskolor och omfattar resultat på provet som helhet. Insamlingen består av resultat från cirka 21 000 elever på kurs 1a, 26 000 elever på kurs 1b och 5 000 elever på kurs 1c.

Den andra insamlingen är PRIM-gruppens insamling som består av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. Resultaten från lärarenkäterna och elevresultatet på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av kursproven. För kurs 1a består insamlingen av resultat från cirka 700 lärare och 2 000 elever på kurs 1a, cirka 700 lärare och 2 300 elever på kurs 1b och cirka 150 lärare och 600 elever på kurs 1c.

Kursproven från våren 2013 omfattas av sekretess vilket innebär att inga av dessa uppgifter kan publiceras i sin helhet. Kursproven från våren 2012 omfattas inte längre av sekretess och dessa finns tillgängliga på PRIM-gruppens hemsida (www.su.se/primgruppen).

Provets sammansättning

Respektive kursprov omfattade fyra delprov som tillsammans gav eleverna möjlighet att visa sina förmågor i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig åt vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisning och bedömning. Ett delprov, delprov A, var muntligt och prövade främst kunskaper inom sannolikhet samt muntlig kommunikations- och resonemangsförmåga. De övriga tre delproven, delprov B–D var skriftliga. Ett av dessa delprov bestod av uppgifter där digitala verktyg inte var tillåtna. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, endast i vissa av uppgifterna krävdes redovisning. Ett annat delprov bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningsuppgift som handlade om mönster. Ett tredje skriftligt delprov bestod av redovisningsuppgifter. Vissa av uppgifterna var gemensamma för de tre kurserna.

Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för kursprovets innehåll. Kursproven består av uppgifter som prövar elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna på olika kvalitativa nivåer. Vid kursprovets konstruktion används kvalitativa förmågepoäng som utgår från de i ämnesplanen beskrivna förmågorna och de olika kvalitativa nivåerna. Kvalitativa förmågepoäng används för att få en fördelning av kursprovets poäng enligt fastställda riktlinjer, både med avseende på förmågor och på svårighetsgrad. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och svårighetsnivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov. Fördelningen av poäng per kursprov redovisas i tabell 1.

Tabell 1. Fördelning av de kvalitativa förmågepoängen för respektive prov, våren 2013.

Kurs 1a	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	6	8	3	17	20 %
Procedur	7	4	1	12	14 %
Problemlösning	9	7	3	19	23 %
Modellering	6	4	1	11	13 %
Resonemang	5	6	5	16	19 %
Kommunikation*		5	4	9	11 %
Totalt	33	34	17	84	
	39 %	40 %	20 %		

Kurs 1b	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	8	9	5	22	24 %
Procedur	5	5	2	12	13 %
Problemlösning	5	7	5	17	19 %
Modellering	5	5	2	12	13 %
Resonemang	5	7	6	18	20 %
Kommunikation*		6	3	9	10 %
Totalt	28	39	23	90	
	31 %	43 %	26 %		

Kurs 1c	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	5	11	5	21	24 %
Procedur	3	5	2	10	11 %
Problemlösning	6	7	5	18	20 %
Modellering	5	5	2	12	14 %
Resonemang	5	7	6	18	20 %
Kommunikation*		6	3	9	10 %
Totalt	24	41	23	88	
	27 %	47 %	26 %		

* Kommunikation på E-nivå antas vara en förutsättning för att erhålla förmågepoäng i övriga förmågor. Således provas inte denna förmåga på E-nivå i enskilda uppgifter.

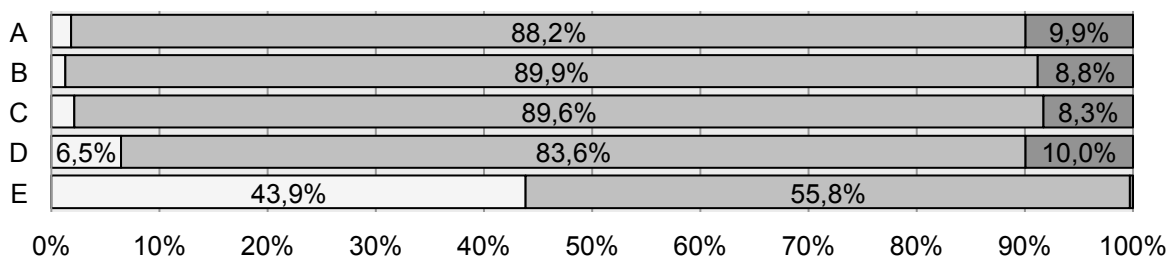
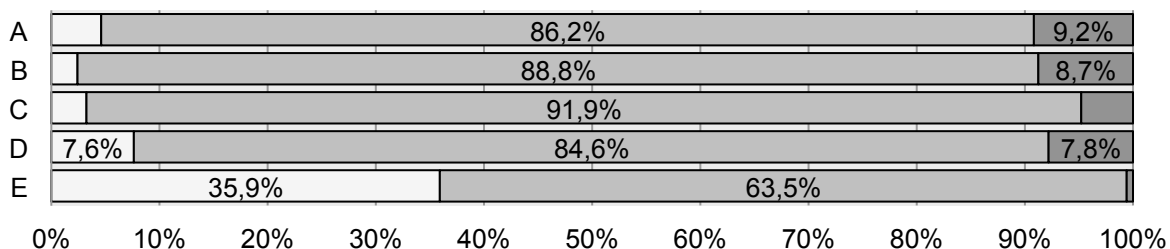
Resultat på proven

Vad det gällde provbetyg visade PRIM-gruppens urvalsinsamling i stort sett samma resultat som Skolverkets totalinsamling. Lägst provbetygsresultat hade elevarbetena på kurs 1a och högst provbetygsresultat hade elevarbetena på kurs 1c. I Skolverkets totalinsamling var andelen som minst nått provbetyget E 84 procent på kurs 1a, 93 procent på kurs 1b och 97 procent på kurs 1c.

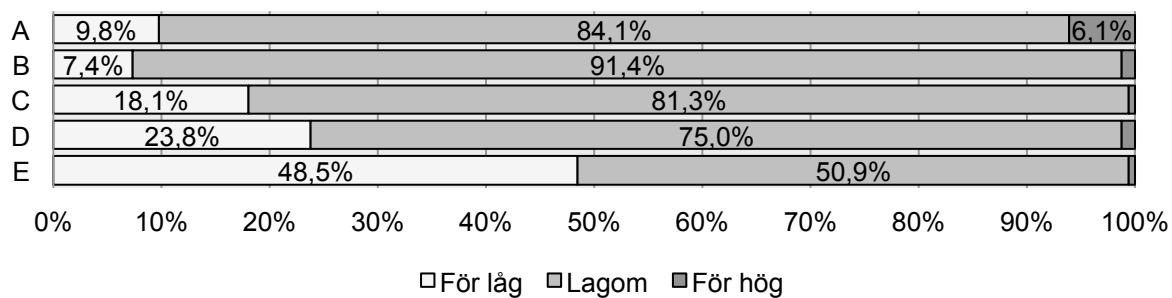
I lärarenkäten som hör till proven har lärare fått svara på frågan om vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. På samtliga kurser och provbetyg är alternativet "Lagom" vanligast förekommande även om det, speciellt för provbetyget E, även är vanligt med "För låg".

När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg hen hade tänkt sätta på eleven innan det nationella provet. I urvalsinsamlingen angav lärarna att de i snitt skulle sätta kursbetyg med betygspoängen¹ 11,2 medan eleverna presterade provbetyg med betygspoängsgenomsnittet 11,4. Motsvarande siffror för kurs 1a och kurs 1c var 9,5 jämfört med 9,9 och 13,4 jämfört med 14,3. Lärarna planerade således att, innan provtillfället, sätta något lägre betyg på eleverna än vad eleverna erhöll i provbetyg.

Figur 1. Svar på frågan "Vad anser du om kravgränserna för respektive provbetyg?" från lärarenkäten till kursproven 1a (n=730), 1b (n=728) respektive 1c (n=168), vårterminen 2013. Fördelning av svarsalternativ i procent. Det översta diagrammet visar svarsfördelningen i kurs 1a, det andra visar svarsfördelningen i kurs 1b och det nedersta diagrammet svarsfördelningen i kurs 1c.

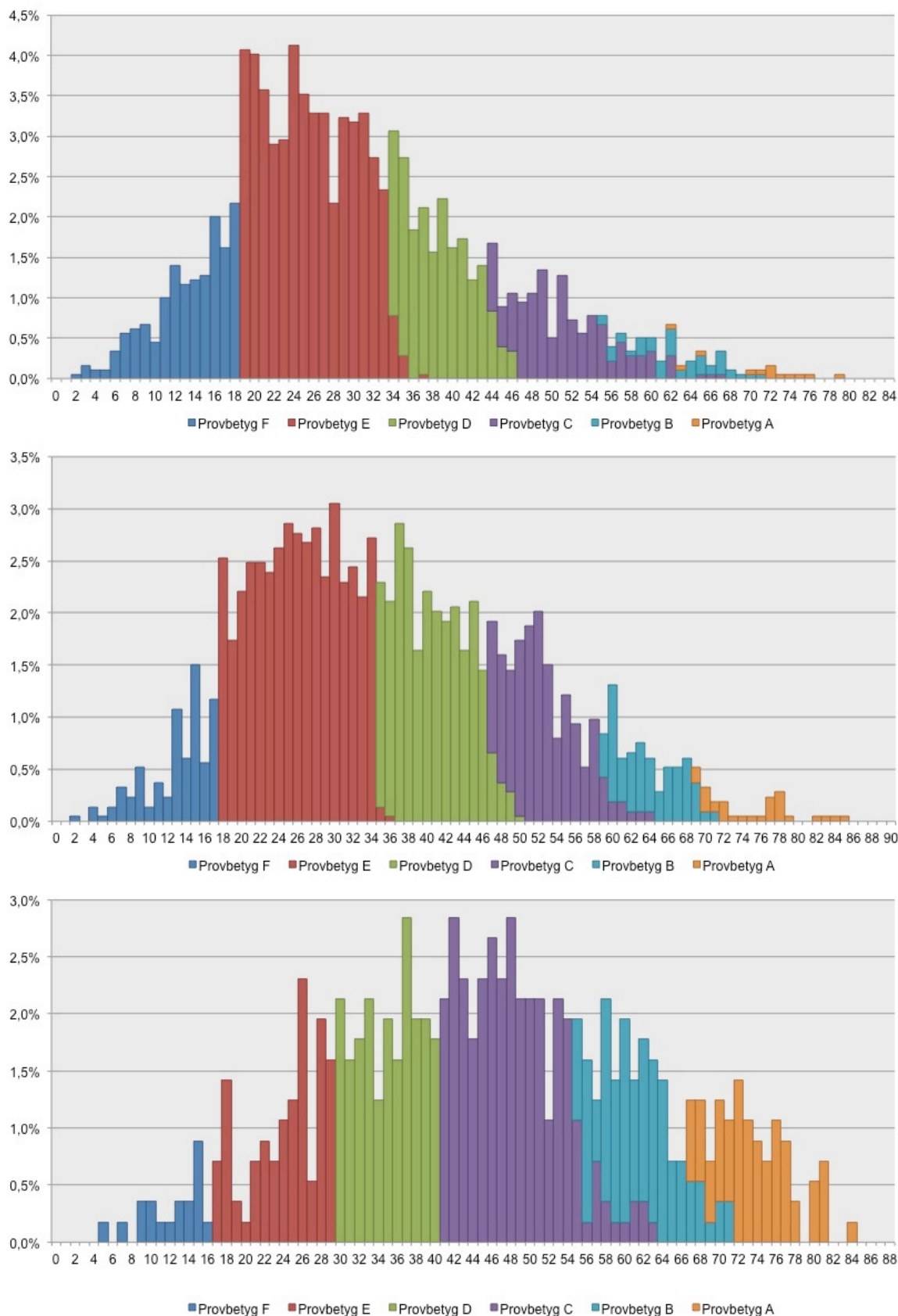


¹ Betygs-poängen anges som 0 poäng för betyget F, 10 poäng för betyget E, 12,5 poäng för betyget D, 15 poäng för betyget C, 17,5 poäng för betyget B och 20 poäng för betyget A.



Kravgränserna bestod av ett totalpoängskrav och ett nivåkrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna typ av kravsättning gör att en elev kan ha kommit upp i tillräckligt många totalpoäng för att erhålla ett visst provbetyg men inte visat tillräcklig kunskap på provbetygets nivå (inte tagit tillräckligt med nivåpoäng) och därför erhåller ett lägre provbetyg.

Figur 2. Procentuell fördelning av total poängsumma för kursprovet i matematik kurs 1a (n=1966), kurs 1b (n=2264) respektive kurs 1c (n=591), vt-13. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöill på kursprovet. Det översta diagrammet visar fördelningen i kurs 1a, det andra visar fördelningen i kurs 1b och det nedersta diagrammet fördelningen i kurs 1c.



Tabell 2. Lösningsproportioner¹ för respektive uppgift, våren 2013. Lösningsproportioner för samtliga elever som genomfört provet (kurs 1a n=1966, kurs 1b n=2264 och kurs 1c n=591). Uppgifter med samma uppgiftsnummer är inte alltid samma uppgifter.

Kurs 1a		Kurs 1b		Kurs 1c	
Uppgift	Lösning- proportion	Uppgift	Lösning- proportion	Uppgift	Lösning- proportion
Delprov A		Delprov A		Delprov A	
M	0,40	M	0,48	M	0,51
Delprov B		Delprov B		Delprov B	
1	0,42	1	0,68	1	0,81
2	0,48	2	0,33	2	0,69
3	0,80	3	0,51	3	0,85
4	0,90	4	0,69	4a	0,92
5	0,59	5	0,57	4b	0,81
6a	0,90	6a	0,93	5	0,55
6b	0,62	6b	0,73	6	0,53
7	0,67	7	0,59	7a	0,34
8	0,55	8	0,27	7b	0,39
9	0,13	9a	0,22	8	0,51
10	0,21	9b	0,05	9a	0,36
11	0,21	10	0,38	9b	0,14
12	0,19	11	0,33	10	0,61
Delprov C		12	0,11	11	0,47
13	0,26	Delprov C		12	0,22
Delprov D		13	0,35	Delprov C	
14	0,71	Delprov D		13	0,44
15	0,77	14	0,83	Delprov D	
16a	0,82	15a	0,91	14	0,57
16b	0,36	15b	0,43	15	0,90
17a	0,86	15c	0,50	16a	0,92
17b	0,26	16a	0,53	16b	0,67
17c	0,23	16b	0,41	16c	0,76
18	0,35	17	0,35	17	0,80
19	0,71	18	0,59	18a	0,65
20a	0,32	19	0,18	18b	0,44
20b	0,15	20a	0,72	19	0,47
21	0,36	20b	0,31	20a	0,76
22a	0,36	20c	0,41	20b	0,40
22b	0,26	20d	0,08	20c	0,22
23a	0,34	21a	0,54	21	0,34
23b	0,11	21b	0,22	22	0,39
23c	0,07	21c	0,15	23	0,39
		22	0,18		

¹ Lösningproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

Analys av skriftliga elevarbeten

En gemensam uppgift om förändringsfaktor

Kurs: 1a (uppgift 1), 1b (uppgift 1) och 1c (uppgift 1)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

En uppgift som fanns med på alla tre kurser och var den allra första uppgiften på delprov B, som är det delprov som ska genomföras utan tillgång till digitala verktyg. Uppgiften handlade om att eleven, utifrån en given procentuell ökning, skulle bestämma en förändringsfaktor. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng.

Lösningproportionen på uppgiften var på provet 0,42 för kurs 1a, 0,68 för kurs 1b och 0,81 för kurs 1c. Lösningproportionen i det slumpmässiga urvalet av elevarbeten var 0,37 för kurs 1a, 0,69 för kurs 1b och 0,77 för kurs 1c. Eleverna på kurs 1c löste således uppgiften rätt i störst utsträckning medan mindre än hälften av eleverna på kurs 1a löste uppgiften rätt. Vid en analys av ett slumpmässigt urval av 150 elevarbeten visade sig två felsvar vara vanligare än andra. Det ena felsvaret var att eleverna skrev om den procentuella ökningen i decimalform det vill säga om det handlade om en ökning på 30 procent så svarade de 0,30. Det andra felsvaret var att eleverna svarade med det nya procentuella värdet det vill säga om det handlade om en ökning på 30 procent så svarade de 130 procent. Det senare är en form av förändringsfaktor men i bedömningsanvisningarna var den vanligare och mer användbara formen av förändringsfaktorn, till exempel 1,30, framskriven.

Tabell 3. Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 150 elevarbeten per kurs.

Svar	Andel av elevsvaren i %		
	kurs 1a	kurs 1b	kurs 1c
Korrekt svar	37	69	77
Inget svar	16	8	7
Procentuella ökningen i decimalform	15	7	9
Det nya procentuella värdet i procentform	8	3	5
Övriga	24	13	2

En gemensam uppgift om proportionalitet

Kurs: 1a (uppgift 5), 1b (uppgift 4) och 1c (uppgift 3)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

Ytterligare en uppgift som fanns med på alla tre kurser var en uppgift som handlade om proportionalitet. Proportionaliteten var satt i en kontext och eleverna skulle bestämma ett värde utifrån en given proportionalitet (till exempel [utan kontext] om 50 ger 2000, hur mycket ger då 150?) Även denna uppgift fanns med på delprov B och krävde endast svar. Uppgiften kunde ge en E-poäng.

Vid en analys av ett slumpmässigt urval av 150 elevarbeten visade det sig att det vanligaste felsvaret var att eleverna beräknade antalet genom att subtrahera värdena i den givna proportionaliteten (i exemplet ovan skulle detta innebära $2000-50=1950$). Lösningproportionen på uppgiften var på provet 0,59 för kurs 1a, 0,69 för kurs 1b och 0,85 för kurs 1c. Motsvarande lösningproportion i det slumpmässiga urvalet av elevarbeten var 0,57 för kurs 1a, 0,74 för kurs 1b och 0,86 för kurs 1c.

Tabell 4. Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 150 elevarbeten per kurs.

Svar	Andel av elevsvaren i %		
	kurs 1a	kurs 1b	kurs 1c
Korrekt svar	57	74	86
Inget svar	10	7	3
Subtraherat värdena i den givna proportionaliteten.	9	7	2
Övrigt	24	12	9

En uppgift med låg lösningsfrekvens

Kurs: 1c (uppgift 14)

Uppgiftstyp: Redovisningsuppgift med miniräknare

I uppgiften skulle eleverna bestämma en vinkel i en rätvinklig triangel där båda kateterna var givna. Eftersom uppgiften befann sig i en vardagskontext och distraktorer fanns med i uppgiften bedömdes de elevarbeten som innehöll ett korrekt uppställt trigonometriskt samband med en problemlösningspoäng på E-nivå. Om elevarbetet även innehöll en korrekt lösning av sambandet med ett godtagbart svar bedömdes elevarbetet dessutom visa procedurförmåga på E-nivå.

Uppgiften återfanns på kurs 1c och lösningsproportionen var 0,57. För eleverna som precis klarade provbetyget E var lösningsproportionen endast 0,25, det vill säga att i snitt klarade endast var fjärde av dessa elever uppgiften i sin helhet.

Ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten har analyserats och av dessa innehöll 56 procent en lösning av uppgiften i sin helhet, 6 procent innehöll ett korrekt trigonometriskt samband men ingen procedur, 9 procent hade lämnat tomt och 38 procent av elevarbetena erhöll inga poäng trots försök till lösning. Av de elevarbeten som innehöll en lösning av uppgiften i sin helhet innehöll cirka två tredjedelar en kort effektiv lösning, 21 procent innehöll en lösning som inkluderade alla distraktorer och 14 procent av elevarbetena innehöll lösningar som innehöll en omväg via Pythagoras sats.

Av de elevarbeten i urvalet som innehöll försök till lösningar men där dessa inte löst uppgiften i sin helhet innehöll cirka en fjärdedel av dessa ett korrekt trigonometriskt samband. Dock innehöll ingen av dessa korrekt bestämning av vinkeln. Cirka en fjärdedel innehöll ett felaktigt trigonometriskt samband, och hälften av elevarbetena innehöll olika lösningar som saknade relevans. En del av dessa icke relevanta lösningar innehöll till exempel påståenden om att den efterfrågade vinkeln var summan av kateternas längd eller att vinkeln var densamma som längden på hypotenusan eller att vinkeln var triangelns area. Ett mycket vanligt fel i de felaktiga lösningarna var att om elevarbetena innehöll någon beräknad kvot mellan två av triangelns sidor tolkades kvotens decimaler som vinkelns storlek, till exempel om sidorna var 12 cm och 20 cm kan en kvot mellan sidorna vara $12/20=0,60$ vilket elevarbetet då kunde tolka som att vinkeln var 60° .

Analys av det muntliga delprovet

Det muntliga delprovet kunde genomföras under en provperiod i grupper om tre till fyra elever och den rekommenderade tiden var ca 20–30 minuter per grupp. I delprovet skulle eleverna spela ett spel och sedan diskutera kring sannolikheter för olika utfall. Teoretiska sannolikheter kopplades samman med elevernas erfarenheter i spelet. Några av uppgifterna skulle besvaras enskilt och andra uppgifter skulle lösas gemensamt utifrån spelet och ett diagram. Samma muntliga delprov användes för alla på kurs 1. Poängfördelningen på delprovet var 4 E-poäng, 5 C-poäng och 5 A-poäng.

Av de elever som precis nått provbetyget E på de olika kurserna våren 2013 hade eleverna på kurs 1a och 1b i genomsnitt tagit 18,5 procent av sina poäng på det muntliga delprovet, på kurs 1c var motsvarande värde 15,5 procent. Detta kan till exempel bero på att elever i kurs 1a och 1b antingen har lättare än elever på kurs 1c att visa sina kunskaper muntligt eller svårare att visa sina kunskaper skriftligt. Lösningproportionen för de elever som precis nått provbetyget E skiljer sig inte anmärkningsvärt mellan kurs 1a, 1b och 1c.

Tabell 5. Lösningproportion på det muntliga delprovet våren 2013 per kurs. För samtliga elever och för de elever som precis nått provbetyget E.

Kurs	Samtliga	Elever som precis nått provbetyget E
1a	0,40 (n=1966)	0,32 (n=388)
1b	0,48 (n=2264)	0,33 (n=351)
1c	0,51 (n=591)	0,31 (n=77)

I svaren på lärarenkäten fanns många åsikter om muntliga delprov. Bland lärarna på kurs 1a fanns positiva kommentarer om det muntliga delprovet, men samtidigt anser många att det tar alldeles för mycket av den tid som skulle behövas till undervisning. Bland lärare på kurs 1b och 1c fanns många olika kommentarer. En del kommentarer handlade om att det var en bra och användbar uppgift medan andra handlade om tidsåtgången eller bedömningssvårigheter. Exempel på kommentarer från lärarenkäterna:

”Den muntliga delen är ett trevligt inslag, men jag förstår inte varför jag ska behöva göra den. Ordinarie undervisning handlar ju till stor del om att diskutera hur man löser olika problem och om det finns alternativa sätt att lösa problemet. Det innebär antingen mycket merarbete eller stjälar lektionstid.”

”Det muntliga delen bekräftar endast det jag redan vet om eleverna. Den känns då extremt tidskrävande och meningslös att genomföra. Med tanke på den tidsåtgång som krävs för genomförandet och så lite den tillför i mitt betygsunderlag så borde den muntliga delen tas bort!!”

”Mycket bra uppgift på den muntliga delen som inspirerade mig att vilja fortsätta jobba på liknande sätt. De lärde sig och varandra oerhört mycket under provtillfället.”

”Den muntliga delen är mycket bra för elever som ogärna skriver ner det de gör. De har då chansen att få visa sina kunskaper som de faktiskt besitter i matematik. På yrkesinriktade program har många en aversion inför matematiken och att då få se att man inte bara bedömer deras skriftliga förmåga är en puff framåt för många vilket också leder till ökad vilja att visa vad man kan även på övriga delar.”

I lärarenkäten efterfrågades i vilken utsträckning det muntliga delprovet har varit till stöd för bedömningen av elevernas kunskaper i enlighet med kunskapskraven.

Tabell 6. Svar på påståendena "Det muntliga delprovet har varit till stöd för bedömning av elevernas kunskaper i enlighet med kunskapskraven" från lärarenkäten till kursproven 1a, 1b och 1c, vt -13. Fördelning av svarsalternativ i procent.

Kurs	Instämmer inte alls	Instämmer inte	Instämmer delvis	Instämmer helt
1a (n=730)	5	12	48	34
1b (n=728)	7	13	55	32
1c (n=168)	13	17	41	28

Fördelningen av svaren för lärarna vad gäller det muntliga delprovet skiljer sig inte anmärkningsvärt i kurs 1a och kurs 1b. Lärarna anser att de har stöd för bedömning av elevernas kunskaper av det muntliga delprovet. På kurs 1c anser sig något färre lärare ha stöd av det muntliga delprovet för bedömning av elevernas kunskaper i enlighet med kunskapskraven. 69 procent har svarat att de instämmer helt eller delvis i frågan jämfört med 82 procent på kurs 1a och 87 procent på kurs 1b.