

Resultat från kursprovet i matematik 1a och 1b vårterminen 2015

Karin Rösmer, Katarina Kristiansson och Niklas Thörn

PRIM-gruppen

Inledning

De nationella kursproven i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas av PRIM-gruppen, Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning över resultaten från kursprov 1a och 1b som gavs vårterminen 2015. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultat från genomförandet av de aktuella proven.

Resultatredovisningen från vårterminens kursprov i matematik 1a och 1b kommer från två skilda insamlingar. Den ena insamlingen är Skolverkets resultatinsamling från samtliga gymnasieskolor och omfattar resultat på provet som helhet. Insamlingen består av resultat från cirka 24 500 elever på matematik 1a och 31 000 elever på matematik 1b.

Den andra insamlingen är PRIM-gruppens insamling som består av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. Resultaten från lärarenkäterna och elevresultatet på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av kursproven. För matematik 1a består insamlingen av resultat från cirka 700 lärare och 3 000 elever (ca 1 000 flickor respektive ca 2 000 pojkar) och cirka 800 lärare och 4 000 elever (ca 2 500 flickor respektive ca 1 500 pojkar) för matematik 1b.

Kursproven från vårterminen 2015 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras i sin helhet. Kursproven från vårterminen 2012 omfattas inte längre av sekretess och dessa finns tillgängliga på PRIM-gruppens hemsida (www.su.se/primgruppen).

Provet sammansättning

Respektive kursprov omfattade fyra delprov som tillsammans gav eleverna möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig åt vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisning och bedömning. Ett delprov, delprov A, var muntligt och avsåg främst att pröva kunskaper inom samband och förändring samt muntlig kommunikations- och resonemangsförmåga. De övriga tre delproven, delprov B–D var skriftliga. Ett av dessa delprov bestod av uppgifter där digitala verktyg inte var tillåtna. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, endast till vissa av uppgifterna krävdes redovisning. Ett annat delprov bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningssuppgift som handlade om granskning av statistiska metoder. Ett tredje skriftligt delprov bestod av redovisningssuppgifter. Vissa av uppgifterna var gemensamma för de två kurserna.

Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för kursprovets innehåll. Kursproven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna på olika kvalitativa nivåer. Vid kursprovets konstruktion används kvalitativa förmågepoäng som utgår från de i ämnesplanen beskrivna förmågorna och de olika kvalitativa nivåerna. Kvalitativa förmågepoäng används för att få en fördelning av kursprovets poäng enligt fastställda riktlinjer, både med avseende på förmågor och på svårighetsgrad. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och svårighetsnivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov. Fördelningen av poäng per kursprov redovisas i tabell 1.

Tabell 1. Fördelning av de kvalitativa förmågepoängen för respektive prov, vårterminen 2015.

Matematik 1a	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	8	7	2	17	21 %
Procedur	12	6	1	19	24 %
Problemlösning	9	3	4	16	20 %
Modellering	2	5	2	9	11 %
Resonemang	2	5	5	12	15 %
Kommunikation*		4	3	7	9 %
Totalt	33	30	17	80	
	41 %	38 %	21 %		

Matematik 1b	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt	
Begrepp	14	11	3	28	30 %
Procedur	7	7	2	16	17 %
Problemlösning	5	3	5	13	14 %
Modellering	2	4	2	8	9 %
Resonemang	3	8	8	19	20 %
Kommunikation*		6	3	9	10 %
Totalt	31	39	23	93	
	33 %	42 %	25 %		

* Kommunikation på E-nivå antas vara en förutsättning för att erhålla förmågepoäng i övriga förmågor på denna nivå. Således provas inte kommunikationsförmågan på E-nivå i enskilda uppgifter.

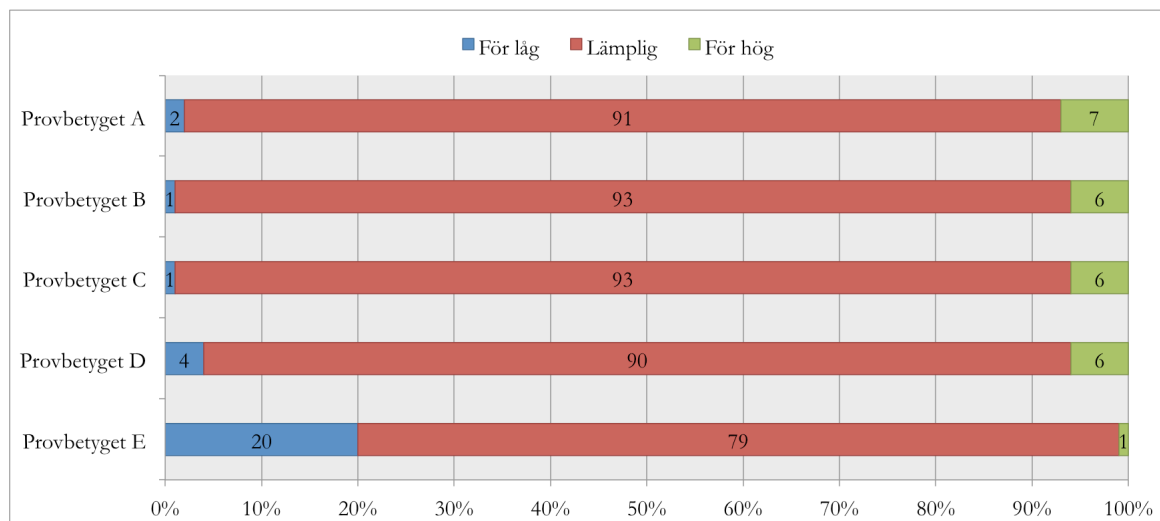
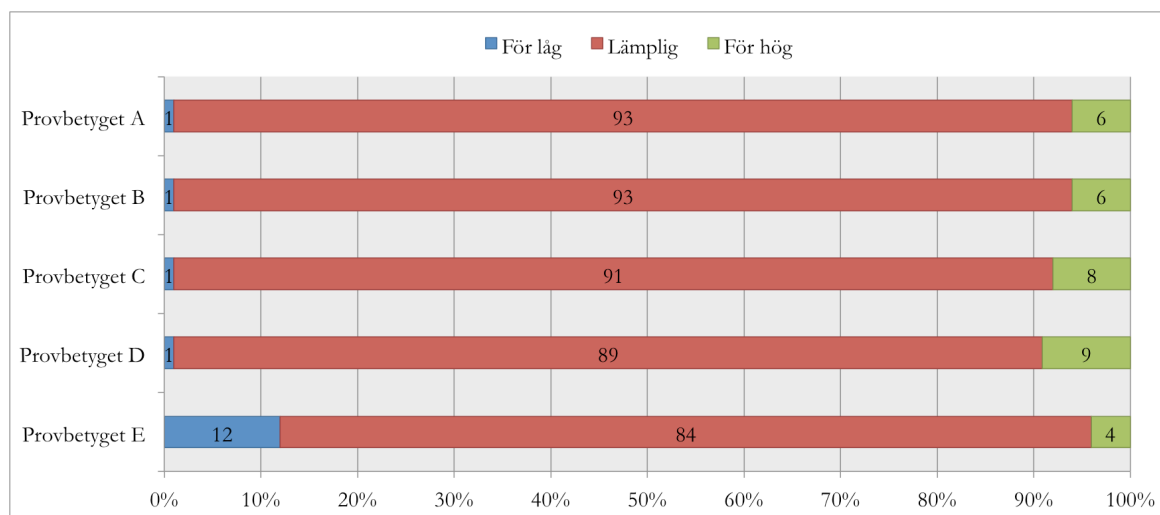
Resultat på proven

Vad gäller provbetyg visade PRIM-gruppens urvalsinsamling i stort sett samma resultat som Skolverkets totalinsamling. Lägst provbetygsresultat hade elevarbetena på matematik 1a och högst provbetygsresultat hade elevarbetena på matematik 1b. I Skolverkets totalinsamling var andelen som minst nått provbetyget E 71 procent för matematik 1a och 85 procent för matematik 1b.

I lärarenkäten som hör till proven har lärare fått svara på frågan om vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. För samtliga kravgränser oavsett kurs, är alternativet ”Lagom” mest förekommande.

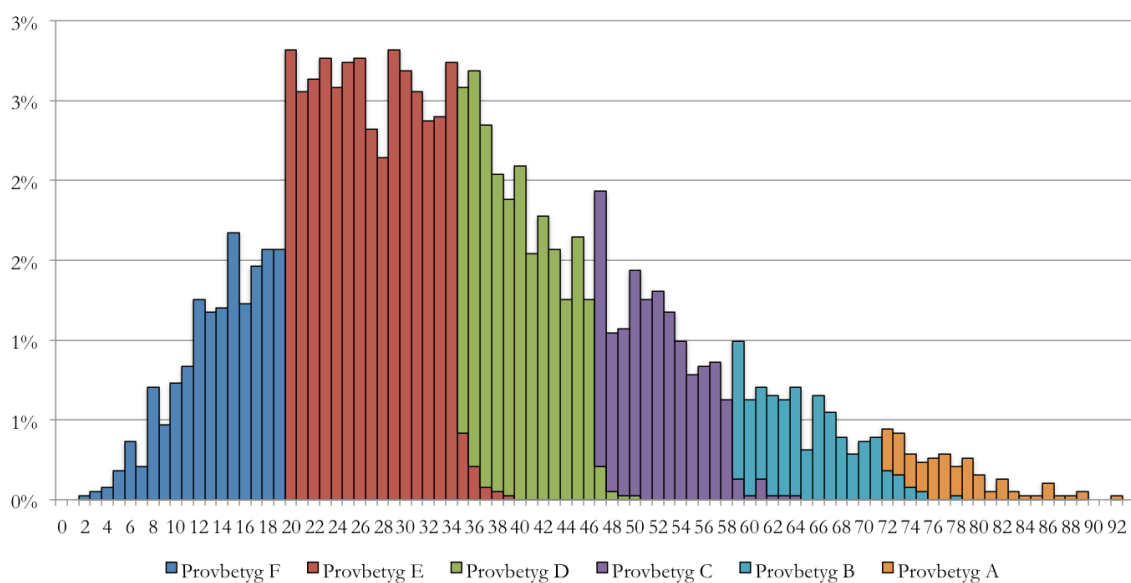
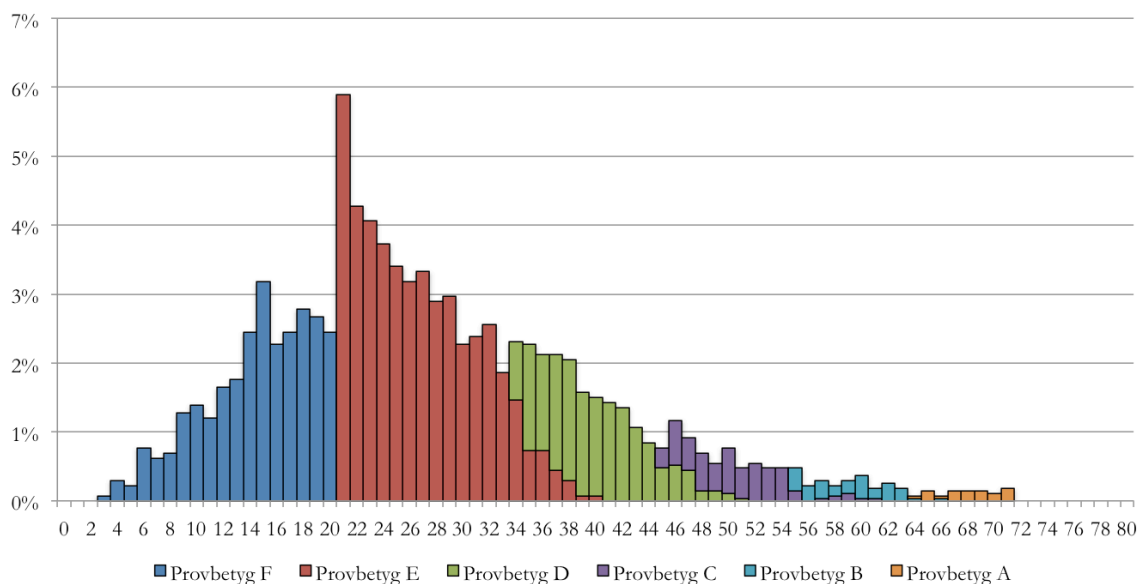
När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg den hade tänkt sätta på elevens prestationer innan det nationella provet. I urvalsinsamlingen angav lärarna att de, i matematik 1a, i snitt skulle sätta kursbetyg med betygspoängen 8,2 vilket också var den genomsnittliga betygspoäng som eleverna presterade på provet. Motsvarande siffror för matematik 1b var 10,7 i preliminärt kursbetyg jämfört med 10,6 på provet. Lärarna planerade således att, innan provtillfället, i genomsnitt sätta i stort sett samma betyg på elevernas prestationer som de sedan presterade i provbetyg.

Figur 1. Svar på frågan "Vad anser du om kravgränserna för respektive provbetyg?" för kursprovet i matematik 1a (n=658) respektive 1b (n=830) vårterminen 2015. Fördelning av svarsalternativ i procent. Det första diagrammet visar svarsfördelningen i matematik 1a och det andra diagrammet svarsfördelningen i matematik 1b.



Kravgränserna bestod av ett totalpoängskrav och ett nivåkrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna typ av kravgräns gör att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för att erhålla ett visst provbetyg men inte visat tillräcklig kunskap på provbetygsnivå (inte har tillräckligt med nivåpoäng) och därför erhåller ett lägre provbetyg än vad totalpoängen indikerar.

Figur 2. Procentuell fördelning av total poängsumma för de elever som erhöill ett provbetyg på kursprovet i matematik 1a (n=2733) respektive 1b (n=3831), vårterminen 2015. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöill på kursprovet. Det översta diagrammet visar fördelningen i matematik 1a och det nedersta diagrammet fördelningen i matematik 1b.



Tabell 2. Lösningsproportioner¹ för respektive uppgift, vårterminen 2015. Lösningsproportioner för samtliga elever som ingår i PRIM-gruppens urval (matematik 1a n=2916 och matematik 1b n=3968. Uppgifter med samma uppgiftsnummer är inte alltid samma uppgifter.

Matematik 1a		Matematik 1b	
Uppgift	Lösning- proportion	Uppgift	Lösning- proportion
Delprov A		Delprov A	
M	0,51	M	0,54
Delprov B		Delprov B	
1	0,71	1	0,72
2	0,88	2	0,38
3	0,43	3	0,57
4	0,52	4	0,37
5	0,56	5	0,42
6	0,49	6	0,39
7	0,71	7	0,14
8a	0,58	8	0,71
8b	0,50	9a	0,68
9	0,21	9b	0,70
10	0,37	10	0,50
11	0,22	11	0,27
12	0,09	12	0,26
13	0,15	13	0,13
14	0,19	14	0,12
15	0,27	15	0,24
Delprov C		Delprov C	
16	0,52	16	0,40
Delprov D		Delprov D	
17	0,29	17	0,71
18a	0,83	18	0,51
18b	0,38	19a	0,86
19	0,55	19b	0,43
20a	0,81	19c	0,17
20b	0,15	20	0,22
21	0,09	21	0,28
22a	0,35	22	0,25
22b	0,16	23a	0,78
23	0,10	23b	0,13
24	0,21	24	0,36
25a	0,51	25a	0,76
25b	0,22	25b	0,57
25c	0,04	25c	0,13
26	0,02	26	0,39
		27	0,12
		28	0,06

¹ Lösningproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

Analys av skriftliga elevarbeten

En gemensam uppgift som handlar om avläsning av en graf

Matematik 1a (uppgift 8a och 8b), matematik 1b (uppgift 9a och 9b)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

En uppgift fanns med på båda kurserna i delprov B, som är det delprov som ska genomföras utan tillgång till digitala verktyg.

Uppgift a) handlade om att, utifrån en given graf, bestämma första heltalsvärde på x -axeln som gav ett funktionsvärde större än värde som angavs i uppgiften. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng.

Lösningproportionen på uppgift a) var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,58 för matematik 1a och 0,68 för matematik 1b. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningproportionerna 0,56 för matematik 1a och 0,71 för matematik 1b. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var mest förekommande i båda kurserna. Detta felsvar var det heltal som kommer innan det korrekta heltalet. Andelen av detta felsvar var störst i matematik 1a. Det andra mest förekommande felsvaret i båda kurserna var det heltal som kommer efter det korrekta heltalet. Andelen av detta felsvar var störst i matematik 1b. I båda kursernas elevarbeten var dessa felsvar betydligt färre än det mest förekommande felsvaret.

Tabell 3. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 8a respektive 9a

Svar:	Andel av elevsvaren i %	
	Matematik 1a	Matematik 1b
Korrekt svar	56	71
Felsvar (heltalet innan)	31	17
Felsvar (heltalet efter)	3	6
Övriga	10	6
Inget svar	0	0

Uppgift b) handlade om att, utifrån en given graf, bestämma hur mycket funktionsvärdet ökade för varje heltalsvärde på x-axeln. Redovisning krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng för rimligt svar inom ett intervall och en C-poäng för lämpliga avläsningar av grafen vid beräkningar.

Lösningsproportionen på uppgift b) var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,50 för matematik 1a och 0,70 för matematik 1b. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningsproportionerna 0,47 för matematik 1a och 0,73 för matematik 1b. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var det mest förekommande i båda kursernas elevarbeten. Detta felsvar var det tal som kommer precis efter det godkända intervallet. Andelen av detta felsvar var störst i matematik 1a. Övriga felsvar förekom endas i enstaka elevarbeten.

Tabell 4. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 8b respektive 9b

Svar:	Andel av elevsvaren i %	
	Matematik 1a	Matematik 1b
Rimligt svar (lämpliga avläsningar)	36	68
Rimligt svar (mindre lämpliga avläsningar)	22	10
Felsvar (över intervallet)	38	16
Övriga	3	6
Inget svar	1	0

En uppgift om talbaser

Matematik 1b (uppgift 7)

Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg

En uppgift som endast fanns med på delprov B för matematik 1b handlade om talbaser. I uppgiften skulle ett tal skrivet i en given bas skrivas om till motsvarande tal i bas tio. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng.

Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,14. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningsproportionen densamma. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att två typer av felsvar var nästintill lika förekommande. Det något mer förekommande felsvaret var ett inkorrekt tal i bas tio. Det fanns inget tal bland denna typ av felsvar som förekom mer än en gång. Det näst mest förekommande felsvaret var ett tal skrivet i någon annan bas än bas tio. Även denna typ av felsvar saknade några återkommande identiska svar bland elevarbetena. Bland urvalet av elevarbeten var största andelen inget svar.

Tabell 5. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten

Svar:	Andel av elevsvaren i %
	Matematik 1b
Korrekt svar	14
Felsvar (bas 10)	24
Felsvar (annan bas)	22
Inget svar	40

En gemensam uppgift om att tolka en tabell

Matematik 1a (uppgift 25a, 25b och 25c), matematik 1b (uppgift 25a, 25b och 25c)

Uppgiftstyp: Redovisning med digitala verktyg

En uppgift fanns med för både matematik 1a och 1b på delprov D, som är det delprov som ska genomföras med tillgång till digitala verktyg och där redovisning krävs.

Uppgift a) handlade om att, utifrån en tabell och två angivna parametrar göra beräkningar och jämföra två erbjudanden. Redovisning krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng för påbörjad lösning och en C-poäng för lösning med korrekt svar.

Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,51 för matematik 1a och 0,76 för matematik 1b. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningsproportionerna 0,55 för matematik 1a och 0,72 för matematik 1b. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att två felsvar var mest förekommande i båda kurserna. Det mest förekommande felsvaret berodde på beräkningar med fel värde på parametrarna då dessa krävde ett enhetsbyte. Det näst mest förekommande felsvaret var korrekta beräkningar med parametrarna men utan ett fast värde som fanns med i tabellen till varje erbjudande.

Tabell 6. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 25a

Svar:	Andel av elevsvaren i %	
	Matematik 1a	Matematik 1b
Lösning med korrekt svar	51	70
Påbörjad lösning	7	3
Felsvar (fel parametrar)	10	11
Felsvar (inget fast värde)	3	3
Inget svar	29	13

Uppgift b) handlade om att, utifrån en tabell teckna två formler med vardera två variabler och ett fast värde. Uppgiften kunde ge en C-poäng för påbörjad lösning och en C-poäng för redovisning av två korrekta formler.

Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,22 för matematik 1a och 0,57 för matematik 1b. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningsproportionerna 0,27 för matematik 1a och 0,61 för matematik 1b. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var mest förekommande i båda kurserna. Detta felsvar var att teckna fel uttryck eller formel för båda erbjudandena. Många av dessa elevarbeten innehöll formler/uttryck bestående av de givna parametrarna från föregående uppgift. Endast några få elevarbeten visade ett felsvar med korrekt tecknade formler/uttryck utan det fasta värdet. Bland urvalet av elevarbeten från matematik 1a var största andelen inget svar.

Tabell 7. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 25b

Svar:	Andel av elevsvaren i %	
	Matematik 1a	Matematik 1b
Korrekt svar	26	57
Påbörjad lösning	2	7
Felsvar (fel uttryck/formel)	25	22
Felsvar (utan fast värde)	1	2
Inget svar	46	12

Uppgift c) handlade om att, utifrån en tabell, undersöka för vilka värden på två variabler som två erbjudanden ger samma värde. Redovisning krävdes. Uppgiften kunde ge en C-poäng för påbörjad lösning, en C-poäng för lösning av värdet på en bestämd variabel och en A-poäng för lösning med motivering av båda variabelernas värden.

Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,04 för matematik 1a och 0,13 för matematik 1b. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten från varje kurs var lösningsproportionerna 0,02 för matematik 1a och 0,14 för matematik 1b. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var mest förekommande i båda kurserna. Det felsvaret var att med prövning och/eller resonemang ansätta värden på variablerna som inte ledde till att någon av variabelernas värden löstes korrekt. Bland urvalet av elevarbeten från båda kurserna var största andelen inget svar.

Tabell 8. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 25c

Svar:	Andel av elevsvaren i %	
	Matematik 1a	Matematik 1b
Korrekt svar (fullständig lösning)	1	6
Korrekt svar (lösning av bestämd variabel)	1	8
Påbörjad lösning	0	7
Felsvar (prövning/resonemang)	30	31
Inget svar	68	48

En uppgift om sträcka/hastighet/tid

Matematik 1b (uppgift 17)

Uppgiftstyp: Redovisning digitala verktyg

En uppgift som endast fanns med för matematik 1a på delprov D handlade om sträcka/hastighet/tid. I uppgiften skulle en tid beräknas utifrån given hastighet och sträcka. Redovisning krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng för påbörjad lösning och en E-poäng för lösning med godtagbart svar.

Lösningsproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,29. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningsproportionen 0,26. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var mest förekommande. Detta felsvaret berodde på att elevarbetena visade på påbörjade beräkningar med en felaktig uppställning med avseende på storhet. Detta ledde till att beräkningarna från början visade fel storheter. Några få elevarbeten visade ett annat felsvar som berodde på påbörjade beräkningar med fel enheter, i övrigt var lösningsstrategin på dessa elevarbeten korrekt.

Tabell 9. Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten

Svar:	Andel av elevsvaren i %
	Matematik 1a
Lösning med godtagbart svar	22
Påbörjad lösning	7
Felsvar (fel storhet)	38
Felsvar (fel enhet)	2
Inget svar	17

Analys av det muntliga delprovet, delprov A

Det muntliga delprovet kunde genomföras under en provperiod i grupper om tre till fyra elever och den rekommenderade tiden var ca 20–30 minuter per grupp. Delprovet handlade om olika representationsformer av samband och eleverna skulle svara på frågor utifrån beskrivningar av verkliga situationer. Några av frågorna skulle besvaras enskilt och andra frågor var diskussionsfrågor till hela gruppen. Delprovet för matematik 1a skilde sig något från det som gavs för matematik 1b. De verkliga situationerna var anpassade så att matematiken var relevant med avseende på centralt innehåll för respektive kurs. Poängfördelningen på delprovet var för matematik 1a 4 E-poäng, 5 C-poäng och 4 A-poäng och för matematik 1b 4 E-poäng, 5 C-poäng och 5 A-poäng.

Resultatet på det muntliga delprovet skiljer sig inte mellan pojkar och flickor på någon av kurserna. Av de elever som precis nått provbetyget E på de olika kurserna vårterminen 2015 hade eleverna på matematik 1a i genomsnitt erhållit 29,5 % av sina poäng på det muntliga delprovet, på kurs 1b var motsvarande andel 26,5 %. Lösningspoängen för de elever som precis nått provbetyget E är ungefär en poäng högre på matematik 1a jämfört med matematik 1b.

Tabell 10. Lösningproportion på det muntliga delprovet vårterminen 2015 per kurs. För samtliga elever och för de elever som precis nått provbetyget E.

Kurs	Samtliga	Elever som precis nått provbetyget E
1a	0,51 (n=2916)	0,48 (n=163)
1b	0,54 (n=3968)	0,38 (n=109)

Elevernas resultat på det muntliga delprovet, delprov A, för ”gränselever” på båda kursproven. Gränselever är de elever som precis nått poänggränsen för ett visst provbetyg.

Tabell 11. Genomsnittlig lösningspoäng på delprov A för elever som precis nått provbetyget E–A.

	Kurs 1a	Kurs 1b
Gränselev E	6,2	5,3
Gränselev D	8,1	7,9
Gränselev C	9,5	9,9
Gränselev B	11,0	11,3
Gränselev A	11,9	12,9

I lärarenkäten får lärarna bland annat ange sin huvudsakliga uppfattning om de olika delproven och då anser drygt 90 % av lärarna på matematik 1a att delprov A är bra eller ganska bra. På matematik 1b är denna andel något lägre, där anser nästan 90 % att delprov A är bra eller ganska bra.

I svaren på de öppna frågorna i lärarenkäten fanns många kommentarer om muntliga delprov. Bland lärarna för matematik 1a och 1b fanns positiva kommentarer om det muntliga delprovet, men samtidigt anser många att det tar alldeles för mycket tid att genomföra och att bedömningen inte uppfattas som reliabel.

Exempel på kommentarer från lärarenkäterna:

"Väldigt bra prov i år! Speciellt delprov A."

"Del A var intressantare och bättre uppgifter än tidigare."

"Bra prov överlag, men för lätt att nå E samt svårare med bedömning av muntlig del."

"Gör om/ ta bort del A."

"Delprov A kräver alldeles för mycket förberedelsestid i förhållande till vad det ger."

I lärarenkäten efterfrågades i vilken grad bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning av elevernas prestationer på de olika delproven. För delprov A, det muntliga delprovet svarade lärarna enligt tabellen nedan.

Tabell 12. Svar på frågorna "I vilken grad har bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning av dina elevers prestationer?" från lärarenkäten till kursproven 1a och 1b, vårterminen 2015. Fördelning av svarsalternativ i procent.

Kurs	Ja, absolut	Ja, i stort sett	I viss mån	Nej, knappast
1a (n=658)	38	50	11	2
1b (n=830)	31	49	15	4

Fördelningen av svaren vad gäller frågan bedömningsanvisningarna för det muntliga delprovet skiljer sig något mellan lärarna. På matematik 1a anser en större andel lärare än på matematik 1b att bedömningsanvisningarna gett tillräckligt underlag för bedömning. För matematik 1a har 88 % svarat ja, absolut eller ja, i stort sett på frågan jämfört med 80 % för matematik 1b. Bedömningsanvisningarna till det muntliga delprovet innehöll i detta delprov bedömda elevarbeten vilket är en förändring från tidigare prov.