Skolverket

Nationellt kursprov i MATEMATIK

Kurs A

Hösten 2002

Bedömningsanvisningar

PRIM-gruppen
LÄRARHÖGSKOLAN
I STOCKHOLM

Innehåll

Bilagor

Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Höstens A-kursprov består av två delar som ska genomföras på totalt 180 minuter.

Kravgränser för Godkänd, Väl godkänd och Mycket väl godkänd ges för *kursprovet som helhet.*

Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För Del I gäller att korrekt svar bedöms med 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

För Del II innebär t ex beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 9 ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med en ¤. På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t ex innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Allmänna bedömningsanvisningar

Positiv bedömning
Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det är då lättare att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

Uppgifter där endast svar fordras
Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar fordras ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

Uppgifter där fullständig redovisning fordras
Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet t ex räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

Aspektbedömning med stöd av matris
Erfarenheter och diskussioner med lärare har givit nedanstående förslag till arbetsgång då matrisen används.

- Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som användes på många skolor var att de lärare som hade elever som deltog i A-kursprovet träffades och diskuterade de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

- Innan man poängsätter med stöd av matrisen läser man igenom elevarbetena och sorterar dem i tre–fyra högar efter olika kvalitet.
- Det kan underlätta poängsättningen om man först sätter kryss i matrisen och därefter överför dessa till poäng.

Bedömningsanvisningar Del I

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och antalet g- respektive vg-poäng som detta svar är värt.

Uppgift	Korrekt svar	Poäng
1.	51,3. Svar i intervallet 51,25–51,35	1 g
2.	15 smårutor skuggade	1 g
3.	$\frac{3}{8}$	1 g
4.	15 %	1 g
5.	–502	1 g
6.	90 km/h	1 g
7.	Tredje figuren	1 g
8.	50	1 g
9. a)	Svar i intervallet 5 700–6 100 kr	1 g
b)	3,5 år. Svar i intervallet (3–4) år	1 vg
10. a)	120°	1 vg
b)	T ex 240° ; 360° ; 720°	1 vg
11.	$50-3a-b$; $50-(3a+b)$	1 vg
12.	$x=7$	1 vg
13.	$b+1$	1 vg
14.	$v = 135°$	1 vg

Bedömningsanvisningar Del II

Till uppgifterna ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Elevlösningarna ska bedömas med g- och vg-poäng. Positiv poängsättning ska tillämpas, dvs eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för deras brister. För de flesta uppgifterna gäller följande allmänna bedömningsanvisningar.

För *maxpoäng* krävs klar och tydlig redovisning av korrekt tankegång med korrekt svar.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

På de ¤-märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

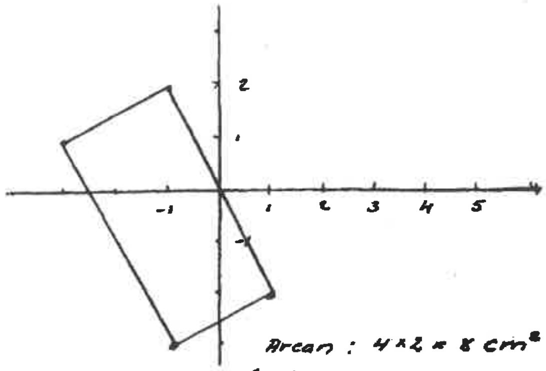
- utvecklar problemet och använder generella metoder, modeller och matematiska resonemang (uppgift 3 b, 6 c, 8 c, och 9)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser och bedömer deras rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 6 c och 9)
- redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk (uppgift 3 b, 6 c, 8 c och 9).

1.	**9 kr eller 10 kr**	**(Max 2/0)**
	Godtagbar beräkning av äggens pris (8,86 kr) eller överslagsberäkning t ex ett ägg kostar 2 kr	1 g
	med praktiskt användbart svar	+ 1 g
2. a)	**A-5, B-2, C-4 och D-3**	**(Max 2/0)**
	Tre korrekta kombinationer	1 g
	Alla kombinationer korrekt	+ 1 g
b)	**Graf 1: t ex ”Inkomsterna minskar men minskningen blir mindre med tiden”**	**(Max 1/1)**
	Enklare beskrivning t ex inkomsterna minskar	1 g
	Fullständig beskrivning	+ 1 vg
	Beskrivning till en ”felaktigt överbliven” graf ger samma bedömning	
c)	**Medelvärdet 24 000 kr och median 20 000 kr**	**(Max 2/1)**
	Lösning som visar kunskap om bestämning av median	1 g
	Lösning (där minst fem inkomster ingår) som visar kunskap om bestämning av medelvärde	+ 1 g
	Godtagbara svar	+ 1 vg
d)	**”Medianvärdet är bäst. Medelvärdet är sämst för att sångerskans lön drar upp värdet för mycket”**	**(Max 0/1)**
	Korrekt svar med godtagbar motivering	1 vg

3. a)	**Arean är 16 cm²** Punkterna korrekt markerade i ett acceptabelt ritat koordinatsystem Arean korrekt beräknad	**(Max 2/0)** 1 g + 1 g	
b)	**Arean är 10 cm²** Punkterna korrekt markerade Ansats till exakt areaberäkning eller bestämning av arean med approximativ metod Beräknad area som ej är baserad på mätning *Bedömda elevarbeten se sid 8–9*	**(Max 2/1)** ¤ 1 g + 1 g + 1 vg	
4. a)	**T ex ”Hon beräknar hur mycket det kostar att ringa 3 timmar (övrig tid) och skicka 28 st SMS”** Ansats till lösning som tolkar del av uttrycket med godtagbar beskrivning av hela uttrycket	**(Max 1/1)** 1 g + 1 vg	
b)	**T ex ”Hur många minuter dagtid kan jag ringa för en kostnad av 250 kr då en månadsavgift ingår?”** Ansats till lösning som visar förståelse för ekvationen (inte nödvändigtvis en fråga) Svar i form av en fråga som tar viss hänsyn till villkoren t ex ”Hur mycket kan man ringa för 250 kr?” Fråga med fullständig beskrivning av villkoren	**(Max 1/2)** 1 g + 1 vg + 1 vg	
c)	**$x = 50$** Redovisar godtagbar metod t ex enklare prövning med korrekt svar	**(Max 1/0)** 1 g	
5.	**35 skott** Lösning som visar att eleven inser att helhet ska sökas Använt korrekt procenttal (60 %) med korrekt svar	**(Max 1/2)** 1 g + 1 vg + 1 vg	
6. a)	**(3; 9), (4; 16) och (5; 25)** Korrekt svar	**(Max 1/0)** 1 g	
b)	**10** Korrekt svar	**(Max 1/0)** 1 g	
c)	**T ex ” $y = x^2$ där x är antalet klossar på höjden och y totala antalet klossar” eller ”totala antalet klossar är antalet klossar på höjden gånger sig själv”** Knapphändig beskrivning med ord eller formel Korrekt beskrivning med ord eller formel Motivering varför sambandet gäller *Bedömda elevarbeten se sid 10–11*	**(Max 1/2)** ¤ 1 g + 1 vg + 1 vg	

7.		**(Max 1/1)**
	Knapphändig förklaring	1 g
	Tydlig förklaring som visar att eleven inser att helheterna är olika	+ 1 vg
	<u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u> 1/0 Robin har rätt $0,4 \cdot 232 = 92,8$ $0,24 \cdot 378 = 90,72$ 1/0 16 år totalt 378 minuter TV 24 % $0,24 \cdot 378 = 90,72$ 12 år TV 40 % av 232 minuter $0,4 \cdot 232 = 92,8 = 93$ min Svar: Robin har rätt, en 12-åring tittar ungefär lika mycket på TV som en 16-åring 1/1 $0,4 \cdot 232 = 92,8$ min $0,24 \cdot 378 = 90,72$ min Robin har rätt. Oskar tänkte nog inte på skillnaderna i tiden i användningen av media	
8. a)	**12 h och 20 min**	**(Max 1/0)**
	Korrekt svar	1 g
b)	**HIGH TIDES 11.10 23.30**	**(Max 1/1)**
	Ansats till lösning t ex 22.50 + 12.20	1 g
	Beräknat och angett korrekta tidpunkter för flod	+ 1 vg
c)	**Efter 36 dygn**	**(Max 1/2) ¤**
	Ansats till beräkning som visar insikt om metod men kan innehålla felaktigheter t ex 24/0,4 eller 1440/20	1 g
	Bestämmer tidsförskjutningen till 40 min per dygn	+ 1 vg
	med korrekt svar	+ 1 vg
	¤ Visar matematiska resonemang och redovisar en klar tankegång	

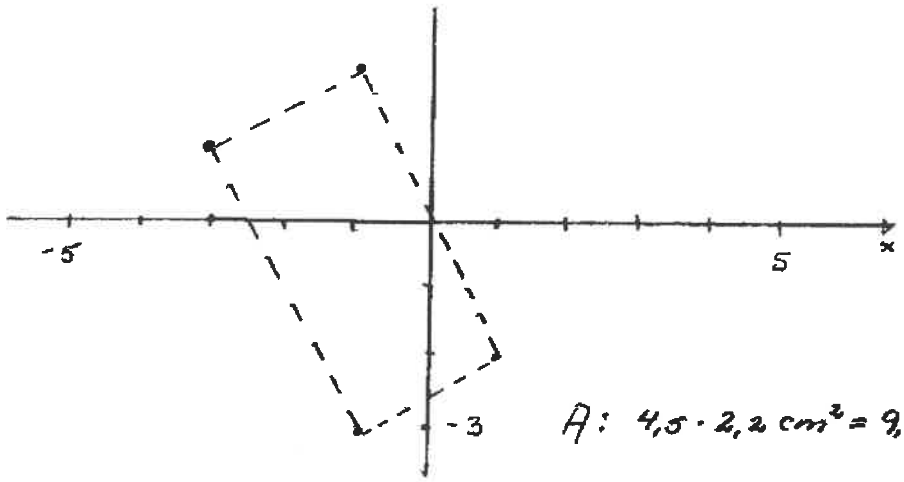
Bedömda elevarbeten till uppgift 3 b



Arean : 4 × 2 = 8 cm²

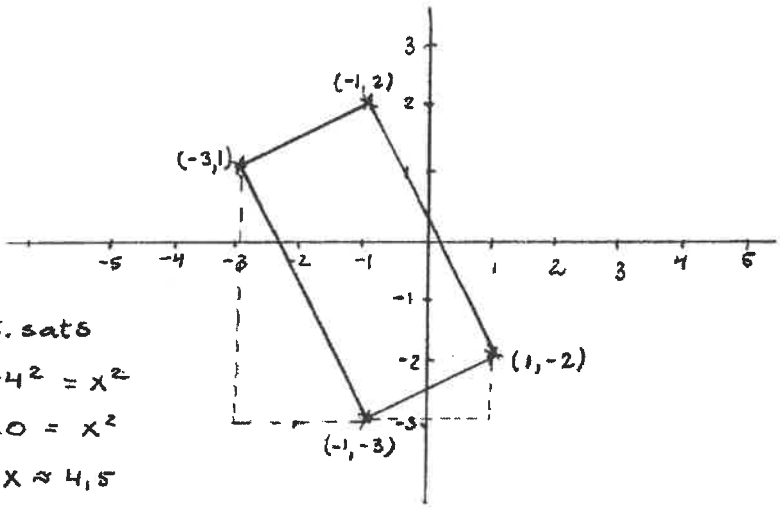
Detta eftersom avståndet från ena hörnet till andra är 4 respektive 2 cm i koordinatsystemet

(1/0)



A: 4,5 · 2,2 cm² = 9,9 c

(2/0)



Pyt. sats

$2^2 + 4^2 = x^2$

$20 = x^2$

$x \approx 4,5$

$1^2 + 2^2 = x^2$

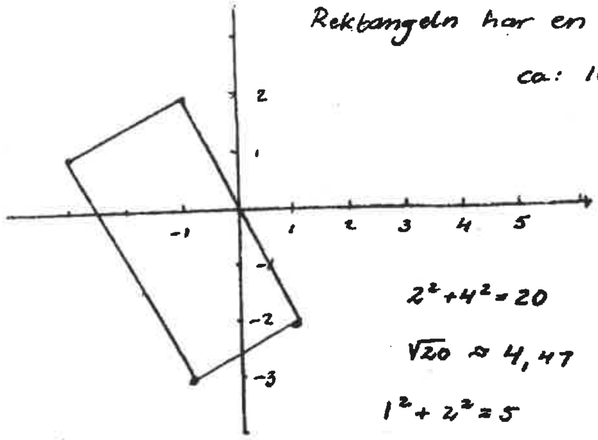
$5 = x^2$

$x \approx 2,2$

(2/0)

Rektangeln har en area på

ca: 10cm²



$2^2+4^2=20$

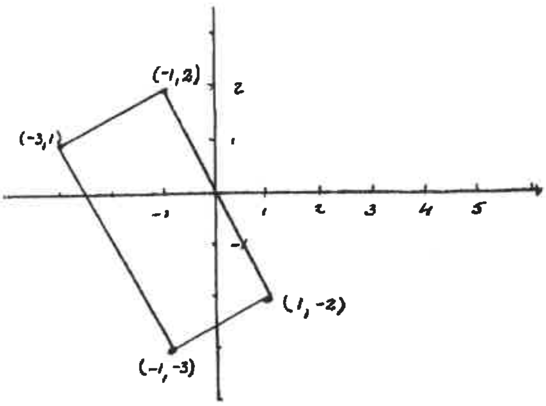
$\sqrt{20} \approx 4,47$

$1^2+2^2=5$

$\sqrt{5} \approx 2,24$

$4,5 \cdot 2,2 \approx 10$

(2/1)



$-1-(-3)=2$

$1-(-3)=4$

$2^2+4^2=x^2$

$20=x^2$

$1-(-1)=2$

$-2-(-3)=1$

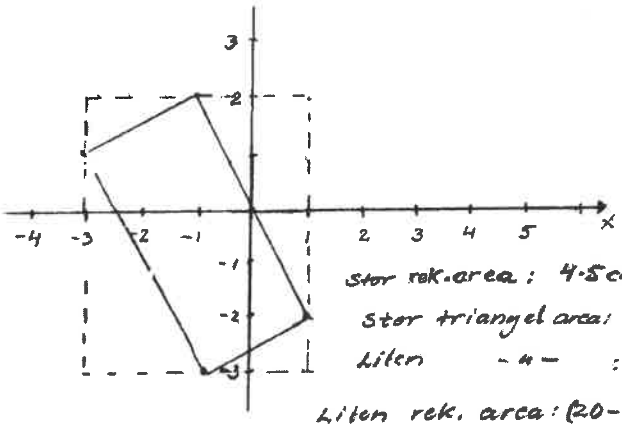
$2^2+1^2=x^2$

$5=x^2$

$\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100} = 10$ ae

(2/1) ¤

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven använder generella metoder och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.



Stor rek.area: $4\cdot5\,cm^2=20\,cm^2$

Stor triangel area: $\frac{2\cdot4}{2}cm^2=4\,cm^2$

Liten — " — : $\frac{2\cdot1}{2}cm^2=1\,cm^2$

Liten rek. area: $(20-2\cdot4-2\cdot1)\,cm^2=$

$=10\,cm^2$

(2/1) ¤

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven använder generella metoder och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Bedömda elevarbeten till uppgift 6 c

x^2 x = höjden	(1/0)
Höjden gånger höjden.	(1/0)
$T = x^2$ Då x = höjden och T = antalet klossar	(1/1)
Höjden är samma som roten av totala antalet klossar.	(1/1)
Det totala antalet klossar ökar med 2 mer än den förra ökningen. Alltså från 2 klossar i höjd till 3 klossar i höjd ökar antalet med 5 klossar, från 3 klossar i höjd till 4 klossar i höjd ökar antalet med 7 klossar, från 4 klossar i höjd till 5 klossar i höjd ökar antalet med 9 klossar osv. När det är 5 klossar på höjden är det 25 klossar totalt. När det är 6 klossar på höjden måste det totala antalet klossar öka med 11, eftersom det från 4 till 5 i höjd ökade med 9. $25 + 11 = 36$ 7 klossar i höjd: $36 + 13 = 49$ 8 klossar i höjd: $49 + 15 = 64$ 9 klossar i höjd: $64 + 17 = 81$ 10 klossar i höjd: $81 + 19 = 100$ Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven använder matematiska resonemang och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.	(1/1) ¤

$x^2 = y$ $\quad$ x = höjden i antal klossar

y = antal klossar i trappan.

Om $x = 10$	Om $x = 3$	Om $x = 5$
$10^2 = y$	$3^2 = y$	$5^2 = y$
$10 \cdot 10 = y$	$9 = y$	$25 = y$
$100 = y$		

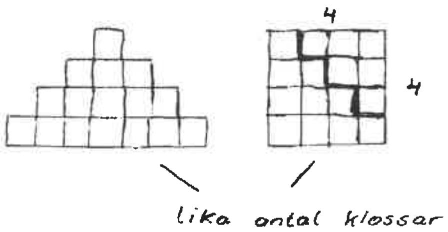
(1/2) ¤

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven ser sambandet och visar dess giltighet med en klar tankegång.

Sambandet mellan antal klossar (y) och trappans höjd (x) är $y = x^2$

Om man tar klossarna i en sådan trappa och bygger en fyrkant i stället så får man alltid en kvadrat och då kan man se sambandet.

(kvadratens area = antal klossar) Man kan också se i tabellen och pröva sig fram och därefter förstå att sambandet måste vara så



(1/2) ¤

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven ser sambandet och visar dess giltighet med en klar tankegång.

Bedömningsanvisningar uppgift 9 (Max 4/7) ¤

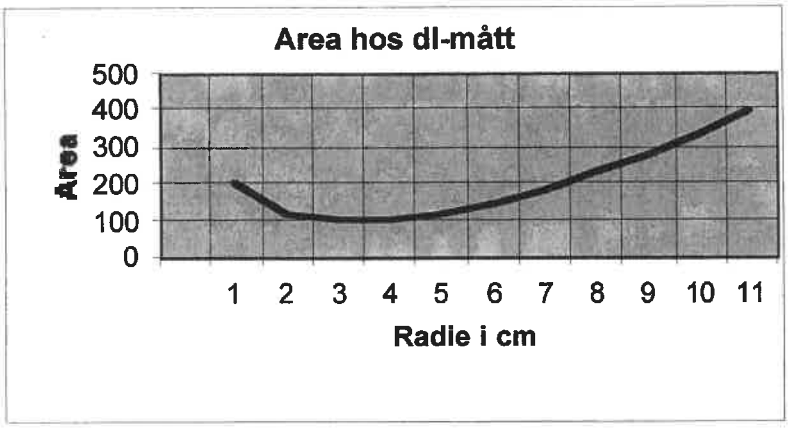
För att underlätta en likvärdig bedömning av elevernas arbeten med uppgift 9 har en uppgiftsspecifik bedömningsmatris utvecklats. Matrisen fyller två syften. Den ger information om vad som bedöms i en elevs redovisning. Dessutom kan man med hjälp av den omsätta bedömningen till olika kvalitativa poäng. Den uppgiftsspecifika matrisen bygger på den generella matrisen (se bilaga 1). Efter den uppgiftsspecifika matrisen visas ett antal autentiska elevarbeten (sid 13–19) som är bedömda med matrisen. Elevarbetena är avskrivna för att vara mer lättlästa.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris till uppgift 9

	Kvalitativa nivåer		
Bedömningen avser	**Lägre**	⟶	**Högre**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.* *Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.*	Eleven beräknar volymen av en cylinder. Eleven anger radie och höjd i en cylinder med volymen 100 cm^3. 1/0 2/0	Eleven beräknar plåtåtgången för en cylinder. Eleven bestämmer radie och höjd för dl-måttet antingen genom systematisk prövning eller genom en algebraisk metod. 3/0 3/1	Eleven använder sambandet mellan volym, radie och höjd för att studera plåtåtgången. 3/2
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.*	Eleven drar slutsatsen att olika cylindrar med samma volym ger olika plåtåtgång. 0/1	Eleven drar slutsatser som delvis stämmer, t ex att plåtåtgången för en given volym minskar då radien ökar. 0/2	Eleven drar slutsatsen att plåtåtgången både kan öka och minska då höjd och radie varierar. 0/3
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*	Redovisningen är möjlig att förstå och följa men omfattar en mindre del av problemet. 1/0	Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar en större del av problemet. Det matematiska språket är acceptabelt. 1/1	Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt. 1/2

För att underlätta bedömningen av uppgift 9 visas här en tabell och en graf.

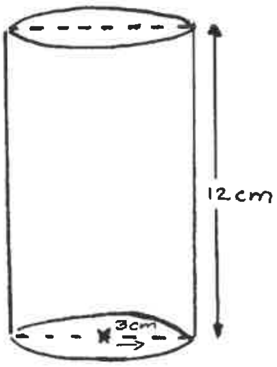
Radie cm	Höjd cm	Area cm2
1	31,8	203
2	8,0	113
3	3,5	95
4	2,0	100
5	1,3	119
6	0,9	146
7	0,6	183
8	0,5	226
9	0,4	277
10	0,3	334
11	0,3	398
12	0,2	469



Minsta värde: Radie ≈ 3,2 cm med plåtåtgång 94,7 cm^2.

Här följer bedömda elevarbeten till uppgift 9.

Elevarbete 1



Höjd: 12 cm Radie: 3cm

$3 \cdot 3 \cdot \pi \approx 28{,}3$

$28{,}3 \cdot 12 = 339{,}6$

Svar: 339,6 cm^3

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	X	1/0
Matematiska resonemang	X	0/0
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0
	Summa	2/0

Elevarbete 2

$r = 4$ dm $\quad h = 8$ dm $\quad V = r^2 \pi \cdot h$

$\pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 402$ dm^3

Möjligt

$r = 2 \quad h = 2 \quad V = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 25$

$r = 0{,}2 \quad h = 2 \quad V = 0{,}2^2 \cdot \pi \cdot 2 = 0{,}25$

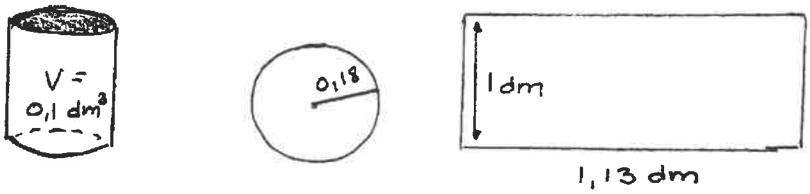
$r = 0{,}1 \quad h = 1{,}5 \quad V = 0{,}1^2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 = 0{,}047$

$r = 0{,}2 \quad h = 1{,}5 \quad V = 0{,}2^2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 = 1{,}884 \ldots$

$r = 0{,}15 \quad h = 1 \quad V = 0{,}15^2 \cdot \pi \cdot 1 = 0{,}0706$

$r = 0{,}17 \quad h = 1 \quad V = 0{,}17^2 \cdot \pi \cdot 1 = 0{,}0907$

$\boxed{r = 0{,}18 \quad h = 1 \quad V = 0{,}18^2 \cdot \pi \cdot 1 = 0{,}1017 \text{ dm}^3}$



$O_{cirkeln} = 0{,}36 \cdot \pi = 1{,}13$ dm

Mantel arean för cylindern : $2\pi \cdot rh = 2\pi \cdot 0{,}18 \cdot 1 = 1{,}13$

$V = \pi \cdot 1^2 \cdot 0{,}18 = 0{,}57 \qquad V = 1 \cdot \pi \cdot 0{,}18^2 = 0{,}102$

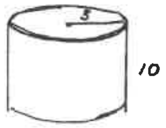
Svar: Jag använde mig av samma värden som jag hade förut men jag ändrade om deras uppgifter. Det som förut stod som radie blev nu höjden och tvärt om Jag vill se om volymen skulle ändras något och det gjorde den. När radien fick det större värdet (1 dm) och höjden det mindre (0,18 dm) så blev den slutgiltiga volymen avsevärt mycket större. Mantel arean däremot förändras inte, vilket betyder att det inte skulle gå åt mer stål för att göra en cylinder med större botten area.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		2/1 *
Matematiska resonemang		0/0
Redovisning och matematiskt språk		1/1
	Summa	3/2

* Eleven beräknar inte plåtåtgången men bestämmer radie och höjd genom en systematisk prövning.

Elevarbete 3



Antag $r = 5$ cm $\quad h = 10$ cm

$V = b \cdot h$

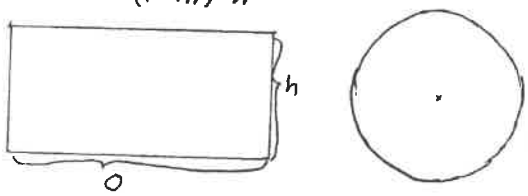
$b = r^2 \cdot \pi$

$V = (r^2 \cdot \pi) \cdot h$

$V = 5^2 \cdot \pi \cdot 10 \approx 785$ cm^3

1 liter = 1 dm^3 $\quad$ 1 dl = 100 cm^3

100 cm$^3 = (r^2 \cdot \pi) \cdot h$



Antag $r^2\pi = 10$ cm^2 $\quad$ höjd: 10 cm

$r^2 \cdot \pi = 10$ cm^2 $\quad$ $b = r^2 \cdot \pi$

$r^2 = 10/\pi$

$r = \sqrt{\frac{10}{\pi}}$

$O = d \cdot \pi$

$O = \sqrt{\frac{10}{\pi}} \cdot 2 \cdot \pi$

$O \approx 11,21$ cm

$A = O \cdot h + b$

$A = 11,21 \cdot 10 + 10 = 122,1$ cm^2

Svar: Det krävs 122,1 cm^2 plåt

höjd 10 cm

Omkrets: 11,21 cm

botten: 10 cm^2

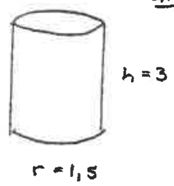
Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	X	3/1
Matematiska resonemang	X	0/0
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1
	Summa	4/2 ¤

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven använder generella metoder och ett korrekt matematiskt språk.

Elevarbete 4

dm



$\pi \cdot 1{,}5^2\ dm^2 \cdot 3\ dm \approx 21{,}2\ dm^3$

$21{,}2\ dm^3 = 21{,}2$ Liter

$1\ dl = 0{,}1\ L = 0{,}1\ dm^3 = 100\ cm^3$

höjden = 3,5 cm

$\pi \cdot r^2 \cdot 3{,}5 = 100\ cm^3$

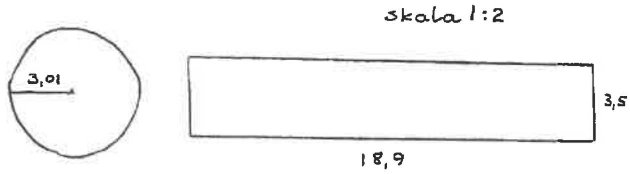
$r^2 \cdot 3{,}5 = \frac{100}{\pi}$

$r^2 = \frac{31{,}83}{3{,}5}$

$r^2 = 9{,}09$

$r = \sqrt{9{,}09}$ $r \approx 3{,}01$

skala 1:2



$3{,}5\ cm \cdot 18{,}9\ cm = 66{,}15\ cm^2$

$\pi \cdot 3{,}01^2\ cm^2 \approx 28{,}46\ cm^2$

$66{,}15\ cm^2 + 28{,}46\ cm^2 = 94{,}61\ cm^2$

Hade måtten varit radie 1 cm höjd 31,83 cm hade denna totala area blivit

Omkrets $2\pi r = 6{,}28$ Area cirkel $= \pi r^2 = 3{,}14\ cm^2$

Area rektangel $= 6{,}28\ cm \cdot 31{,}83\ cm = 199{,}89$

$199{,}89 + 3{,}14 = 203{,}03$

Det går åt mer plåt till en högre cylinder än till en lägre men "tjockare".

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	X	3/1
Matematiska resonemang	X	0/2
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1
	Summa	4/4 ¤

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven för ett matematiskt resonemang kring plåtåtgången och redovisar med ett korrekt matematiskt språk.

Elevarbete 5

Jag väljer radien = 4 cm och höjden = 10 cm

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volym = $\pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 502,7$

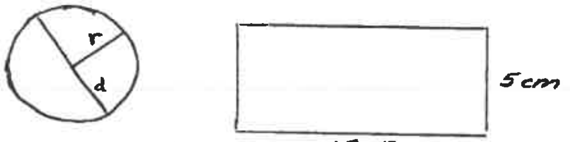
$502,7 \text{ cm}^3 \approx 503 \text{ cm}^3$

1 dl = 100 cm³ Volym = 100 cm³ $V = \pi r^2 h$

höjden kan t.ex. vara 5 cm. Då blir $r = \sqrt{\frac{100}{\pi h}}$

$\frac{100}{\pi 5} = 6,36$ $r^2 = 6,36$ $\sqrt{6,36} = 2,52$

r = 2,52 cm Cylinderns omkrets blir då $2\pi r$ dvs 15,85



r = 2,52 cm el d = 5,04 cm

Nu kommer det gå åt 99 cm² plåt $(5 \cdot 15,85) + (\pi \cdot 2,52^2) = 99,2$

$99,2 \approx 99$

Om man istället gör höjden lägre och radien större kan det bli så här:

h = 2 cm $\sqrt{\frac{100}{\pi \cdot 2}} = 3,99$ r = 3,99 cm $2\pi r = O = 25,1$ cm

Arean: $(25,1 \cdot 2) + (\pi \cdot 3,99^2) = 100,2$

$100,2 \text{ cm}^2 \approx 100 \text{ cm}^2$

Nu gick det istället åt 100 cm², 1 cm mer än i förra ex.

Om man istället gör höjden högre blir det så här:

h = 9 $r = \sqrt{\frac{100}{9\pi}} = 1,88$ $O = 2\pi r = 11,82$

$A = (9 \cdot 11,82) + (\pi \cdot 1,88^2) = 117,48$

Nu går det åt 117,48 cm² plåt, ganska mycket mer

ALLTSÅ Det kommer gå åt minst plåt om man hittar "rätt" höjd, det hjälper inte att överdriva höjden eller radien

Om man utgår från att man har höjden 5 cm.
Då blir arean 99 cm^2.

Bara för att arean blir större när jag minskade höjden till 2 cm behöver inte det betyda att jag måste öka höjden för att det skall gå åt mindre plåt.

Tvärtom, när höjden blir 4 cm kommer r bli $\sqrt{\frac{100}{\pi 4}} = 2{,}82$ cm och O 17,72 och $A = 17{,}72 \cdot 4 + (2{,}82^2 \pi)$

$A = 95{,}88$ $A = 96$ cm^2 Alltså mindre!

För att det skall gå åt minst plåt bör alltså höjden vara mellan 3-4 cm.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	X	3/2
Matematiska resonemang	X	0/3
Redovisning och matematiskt språk	X	1/2
	Summa	4/7¤

Elevarbetet visar många MVG-kvaliteter eftersom eleven utvecklar problemet och drar slutsatser att det går att minimera plåtåtgången. Dessutom är undersökningen systematisk och välstrukturerad.

Kravgränser

Maxpoäng
Detta prov kan ge maximalt 64 poäng varav 29 vg-poäng.

Provbetyget Godkänd
För att få provbetyget Godkänd ska eleven ha erhållit minst 18 poäng.

Provbetyget Väl godkänd
För att få provbetyget Väl godkänd ska eleven ha erhållit minst 36 poäng varav minst 12 vg-poäng.

MVG-kvalitet
På de ¤-märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven
- utvecklar problemet och använder generella metoder, modeller och matematiska resonemang (uppgift 3 b, 6 c, 8 c och 9)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser och bedömer deras rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 6 c och 9)
- redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk (uppgift 3 b, 6 c, 8 c och 9).

Provbetyget Mycket väl godkänd
För att få provbetyget Mycket väl godkänd ska eleven, utöver kraven för Väl godkänd, ha visat några av ovanstående MVG-kvaliteter i minst två av de ¤-märkta uppgifterna. Eleven ska också ha erhållit minst 19 vg-poäng för att visa en bredd i sina matematikkunskaper.

Provsammanställning

Sammanställning över hur kursprovet berörs av mål och kriterier enligt kursplan Gy2000

Kursmål och betygskriterier finns i bilaga 3 och 4. Där framgår också den numrering av mål och kriterier som används i nedanstående sammanställningar.

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier								
			Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd				
Upp-gift nr	g-poäng	vg-poäng	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5
1	1	0		x									x								
2	1	0		x									x		x						
3	1	0		x									x		x						
4	1	0	x	x									x								
5	1	0		x									x								
6	1	0	x	x									x								
7	1	0			x								x								
8	1	0		x									x								
9a	1	0								x			x								
9b	0	1								x							x				
10a	0	1			x	x											x				
10b	0	1			x	x											x				
11	0	1							x								x		x		
12	0	1		x													x			x	
13	0	1						x									x				
14	0	1				x											x				
	9	7		7/1	1/3		0/0	1/3					9/0				0/7				

Tabell 2 *Kategorisering av uppgifterna i Del II*

				Kunskapsområde										Betygskriterier														
				Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd					Mycket väl godkänd					
Upp-gift nr	g-poäng	vg-poäng		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5
1	2	0		x	x									x	x	x											
2a	2	0		x					x					x	x												
2b	1	1		x					x						x				x	x							
2c	2	1		x				x						x		x					x						
2d	0	1		x				x										x	x								
3a	2	0				x	x							x		x											
3b	2	1	¤	x		x	x							x		x	x	x			x		x				
4a	1	1		x					x						x	x		x		x							
4b	1	2		x					x	x						x		x	x	x							
4c	1	0							x	x						x											
5	1	2		x	x					x				x				x		x	x						
6a	1	0		x					x				x	x													
6b	1	0		x	x					x			x	x													
6c	1	2	¤	x			x			x			x			x	x	x	x	x	x		x	x	x		
7	1	1		x	x			x						x	x			x	x	x							
8a	1	0		x	x									x													
8b	1	1		x	x									x		x		x		x	x						
8c	1	2	¤	x	x									x		x		x			x		x	x			
9	4	7	¤	x	x	x	x		x	x		x		x		x		x	x	x	x		x	x		x	
	26	22		2/5	8/4	6/5		2/3	8/4			0/1		26/0				0/22									

Strävansmål

Provet som helhet kan anses pröva delar av strävansmålen S1–S6 och S8. Uppgift 6 c, och 9 i Del II prövar speciellt delar av strävansmålen S4–S6.

Generell bedömningsmatris

Matrisen nedan bygger på betygskriterierna 2000 och är tänkt att kunna användas vid olika situationer för bedömning av matematikkunskaper, t ex vid bedömning av muntliga prestationer, bedömning av projektarbeten och bedömning av den mer omfattande uppgiften som finns i alla kursprov. Matrisen kan inte betraktas som färdigutvecklad och provinstitutionerna tar gärna emot konstruktiva idéer och förslag på förbättringar. Kontaktpersoner är:

Kurs A: Gunilla Olofsson, PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm
tel: 08-737 56 80, e-post: gunilla.olofsson@lhs.se
Kurs B–E: Peter Nyström, Enheten för pedagogiska mätningar, Umeå universitet
tel: 090-786 99 49, e-post: peter.nystrom@edmeas.umu.se

Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer** **Lägre** →		**Högre**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.*	Eleven löser uppgifter eller deluppgifter av enkel rutinkaraktär och visar därmed grundläggande förståelse för begrepp, metoder, och procedurer.	Eleven löser uppgifter av olika karaktär och visar därmed god förståelse för begrepp, metoder och procedurer samt säkerhet i beräkningar.	Eleven kan utveckla problem och använder lämpliga procedurer.
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.		Eleven gör matematiska tolkningar av situationer och använder matematiska modeller.	Eleven kan använda generella metoder och modeller vid problemlösning.
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.*	Eleven följer och förstår matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.	Eleven genomför logiska matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.	Eleven tar del av andras argument och framför utifrån dessa egna matematiskt grundade idéer. Eleven värderar och jämför olika metoder samt analyserar och tolkar resultaten från olika typer av matematisk problemlösning.
	Eleven drar slutsatser utifrån prövning i ett eller ett fåtal fall.	Eleven drar slutsatser utifrån ett större antal och/eller väl valda fall.	Eleven drar slutsatser från generella resonemang och kan genomföra härledningar och matematiska bevis.
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*	Redovisningen är möjlig att förstå och följa även om det matematiska språket är torftigt och ibland felaktigt.	Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.	Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt.

Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

S1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

S2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

S3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

S4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

S5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

S6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

S7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

S8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

S9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

S10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000

Eleven skall

A1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning,

A10. känna till hur matematiken påverkar vår kultur när det gäller till exempel arkitektur, formgivning, musik eller konst samt hur matematikens modeller kan beskriva förlopp och former i naturen,

Aritmetik

A2. ha fördjupat och vidgat sin taluppfattning till att omfatta reella tal skrivna på olika sätt, med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning,

Geometri

A3. ha fördjupat kunskaperna om geometriska begrepp och kunna tillämpa dem i vardagssituationer och i studieinriktningens övriga ämnen,

A4. vara så förtrogen med grundläggande geometriska satser och resonemang att hon eller han förstår och kan använda begreppen och tankegångarna vid problemlösning,

Statistik

A5. kunna tolka, kritiskt granska och med omdöme åskådliggöra statistiska data samt kunna tolka och använda vanligt förekommande lägesmått,

Algebra och funktionslära

A6. kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen,

A7. kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel,

A8. kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle,

Tekniska hjälpmedel

A9. ha vana att vid problemlösning använda dator och grafritande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.

Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.

G2. Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

G3. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.

G4. Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.

V2. Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

V3. Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.

V4. Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.

V5. Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1. Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

M2. Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.

M3. Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.

M4. Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.

M5. Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

PRIM
gruppen

Lärarhögskolan i Stockholm
Box 34103, 100 26 Stockholm
E-post: prim-gruppen@lhs.se
Internet: www.lhs.se/prim/