Skolverket

Nationellt kursprov i MATEMATIK

Kurs A

Hösten 2003

Bedömningsanvisningar

PRIM-gruppen
LÄRARHÖGSKOLAN
I STOCKHOLM

Innehåll

Inledning 3

Bedömningsanvisningar 3
Allmänna bedömningsanvisningar 3
Bedömningsanvisningar Del I 4
Bedömningsanvisningar Del II 4
Bedömningsanvisningar uppgift 10 (Max 5/4) ¤ 14

Kravgränser 22

Provsammanställning 23

Bilagor

1. Generell bedömningsmatris 25
2. Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000 26
3. Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000 27
4. Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000 28

Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Höstens A-kursprov består av två delar som ska genomföras på totalt 180 minuter.

Kravgränser för Godkänd, Väl godkänd och Mycket väl godkänd ges för *kursprovet som helhet.*

Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För Del I gäller att korrekt svar bedöms med 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

För Del II innebär t ex beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 10 ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med en ¤. På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t ex innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Allmänna bedömningsanvisningar

Positiv bedömning
Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

Uppgifter där endast svar krävs
Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar krävs ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

Uppgifter där fullständig redovisning fordras
Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet t ex räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

Aspektbedömning med stöd av matris
Erfarenheter och diskussioner med lärare har givit nedanstående förslag till arbetsgång då matrisen används.

- Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som används på många skolor är att de lärare som har elever som deltagit i A-kursprovet träffas och diskuterar de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

- Innan man poängsätter med stöd av matrisen läser man igenom elevarbetena och sorterar dem i tre–fyra högar efter olika kvalitet.
- Det kan underlätta poängsättningen om man först sätter kryss i matrisen och därefter överför dessa till poäng.

Bedömningsanvisningar Del I

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och antalet g- respektive vg-poäng som detta svar är värt.

Uppgift	Korrekt svar	Poäng
1.	30,75 ; Svar i intervallet 30,6–30,9	1 g
2.	400	1 g
3.	25 %	1 g
4.	20 %	1 g
5.	–25 °Celsius	1 g
6.	1,2 dl	1 g
7.	T ex 990 + 10 ; 500 + 500	1 g
8.	1	1 g
9.	T ex 1:3 ; 4/12 ; 33 %	1 g
10.	15 cm^2	1 vg
11.	Svar i intervallet 2,5–2,9	1 vg
12.	20 grader	1 vg
13.	$4x$	1 vg
14.	5,5 ae	1 vg
15.	$b + 1$	1 vg
16.	Graf E	1 vg

Bedömningsanvisningar Del II

Till uppgifterna ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Elevlösningarna ska bedömas med g- och vg-poäng. Positiv poängsättning ska tillämpas, dvs eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för deras brister. För de flesta uppgifterna gäller följande allmänna bedömningsanvisningar.

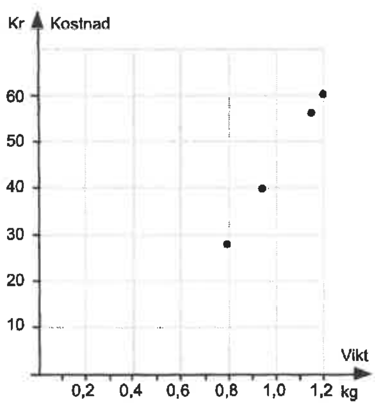
För *maxpoäng* krävs klar och tydlig redovisning av korrekt tankegång med korrekt svar.

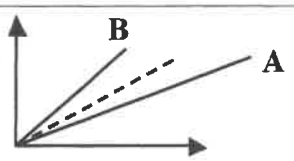
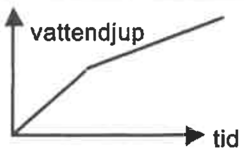
Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng. Då bedömningsanvisningen inleds med ”Ansats till lösning t ex” kan det finnas även andra ansatser än de vi beskriver.

På de ¤-märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

- utvecklar problemet och använder generella metoder, modeller och matematiska resonemang (uppgift 5, 7 c, 9 c och 10)
- värderar och jämför olika metoder (uppgift 8)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser och bedömer deras rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 5, 7 c, 8, 9 c och 10)
- genomför skriftligt ett matematiskt bevis (uppgift 10)
- redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk (uppgift 5, 7 c, 9 c och 10).

1.	**En back med flaskor är mest fördelaktigt** Ansats till lösning t ex beräknat ett jämförpris med korrekt svar	**(Max 2/0)** 1 g + 1 g
2.	**36 år** Ansats till lösning t ex beräknat sammanlagd ålder med korrekt svar	**(Max 2/0)** 1 g + 1 g
3. a)	**Närmast grekerna och längst ifrån indierna** Korrekt genomförda beräkningar för minst tre av kulturerna med ett korrekt svar med ytterligare ett korrekt svar	**(Max 3/0)** 1 g + 1 g + 1 g
b)	**Svar i intervallet (2–3) cm** Ansats till lösning t ex beräknat en omkrets med godtagbart svar	**(Max 1/1)** 1 g + 1 vg
4. a)	 En graf som visar någon förståelse för konstruktionen Godtagbar graf med lämplig skala och rätt markerade värden *Bedömda elevarbeten se sid 8*	**(Max 2/0)** 1 g + 1 g
b)	**0,45 kg ; svar i intervallet (0,40–0,50) kg** Godtagbart svar men med knapphändig motivering med tydlig motivering *Beskrivning till en "felaktig" graf ger samma bedömning*	**(Max 0/2)** 1 vg + 1 vg
c)	**80 kr/kg ; svar i intervallet (75–85) kr/kg vid grafisk lösning** Ansats till lösning t ex beräknat kostnaden för 50 g med godtagbart svar	**(Max 2/0)** 1 g + 1 g

5.	**”Summan av de övriga två sidorna måste vara 14 cm och längden på sidorna måste vara längre än 2 cm och kortare än 12 cm.”**	**(Max 2/2)** ¤
	Beskrivit eller ritat ett korrekt triangelförslag	1 g
	Av lösningen framgår att det finns mer än ett förslag på möjlig triangel	+ 1 g
	Utreder en följd av fall t ex visar samtliga heltalslösningar (10, 3, 11 ; 10, 4, 10 ; 10, 5, 9 ; 10, 6, 8 och 10, 7, 7) eller påbörjar ett generellt resonemang	+ 1 vg
	För ett generellt resonemang om villkoren för att triangeln ska bli sluten eller ”hel”	+ 1 vg
	Bedömda elevarbeten se sid 9, 10	
6. a)	**99–00 ; under år 1999**	**(Max 1/0)**
	Korrekt svar	1 g
b)	**Nej för det kan vara olika antal män och kvinnor**	**(Max 0/1)**
	Korrekt svar med motivering	1 vg
c)	**År 2006 (efter 4 år)**	**(Max 0/2)**
	Ansats som visar på användbar metod	1 vg
	med godtagbart svar	+ 1 vg
7. a)		**(Max 1/0)**
	Korrekt svar	1 g
b)	**”Lika bred som A och B men kortare än A och längre än B”**	**(Max 1/0)**
	Godtagbar beskrivning	1 g
c)		**(Max 0/2)** ¤
	”Först går det snabbt att fylla upp till dess att bassängen börjar bli rektangulär, då tar det längre tid.”	
	Godtagbar beskrivning med ord	1 vg
	Godtagbar graf där lutningen plötsligt minskar	+ 1 vg
	Bedömda elevarbeten se sid 11	

8.	**Karolina har rätt**	**(Max 1/2)** ¤
	Korrekt svar med någon rimlig kommentar eller endast beskrivning av beräkningar	1 g
	Korrekt svar med en knapphändig beskrivning av hur Martin och Karolina kan ha resonerat eller en klar och tydlig redovisning av någons resonemang	+ 1 vg
	Korrekt svar med en klar och tydlig beskrivning av hur både Martin och Karolina kan ha resonerat	+ 1 vg

Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten

1/0 Karolina har rätt för man tar inte 17 % + 17 % + 17 % och sedan multiplicerar med 194 000.

1/0 Karolinas beräkningar stämmer. Karolina subtraherar med 100 % för att veta hur mycket den sjunker efter ett år. Sedan gångrar hon procent med sig självt tre ggr (för de följande tre åren) och får då veta hur mycket det sjunkit efter tre år. Svaret gånger det nuvarande priset och får då hur mycket den är värd efter 3 år.

1/1 Karolina har rätt. Det Martin gör är att han drar av 17 % från inköpspriset tre gånger. Alltså blir värdeminskningen i hans beräkning mer än 17 %.

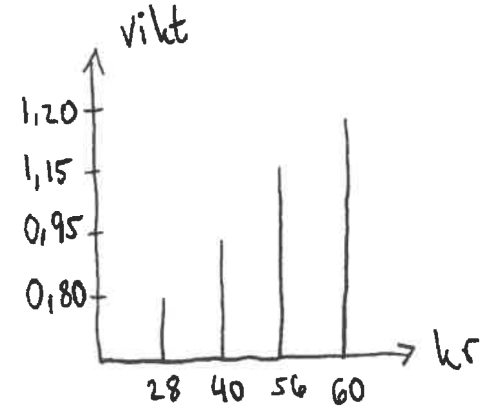
1/2 ¤ Karolina har räknat rätt eftersom att hon har beräknat värdet efter 3 år. Hon har tänkt på att efter ett år är värdet lägre än från början. Martin har beräknat varje sänkning från grundpriset.

1/2 ¤ Karolina har gjort rätt. Först drar hon bort 17 % av ursprungssumman 194 000 kr. För andra året drar hon bort 17 % av det nya värdet och likadant det tredje året. Martin däremot drar bort $3 \cdot 17 = 51$ % direkt från 194 000 kr, vilket är felaktigt. För om man gör så skulle bilen vara värd minus efter 6 år.

¤ värderar och jämför olika metoder.

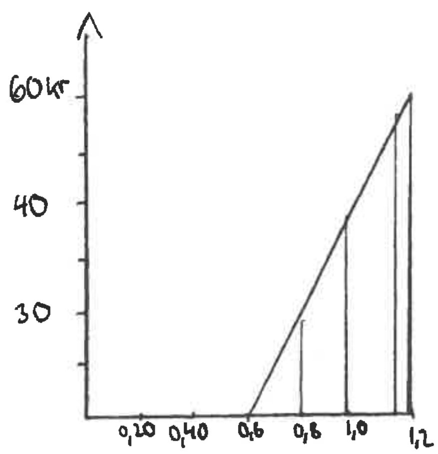
9. a)	**12 mg respektive 11 mg**	**(Max 2/0)**
	Ansats till lösning t ex beräknat en dos	1 g
	med korrekt svar	+ 1 g
b)	**12,5 år ; 150 månader**	**(Max 0/2)**
	Ansats till lösning t ex ersatt *b* och *v* med 100	1 vg
	med korrekt svar	+ 1 vg
c)	**6 månader ; 0,5 år**	**(Max 0/2)** ¤
	Lösning som t ex jämför doseringar vid olika åldrar med korrekt svar eller försök till generell lösning	1 vg
	generell lösning med korrekt svar	+ 1 vg
	Bedömda elevarbeten se sid 12, 13	

Bedömda elevarbeten till uppgift 4 a



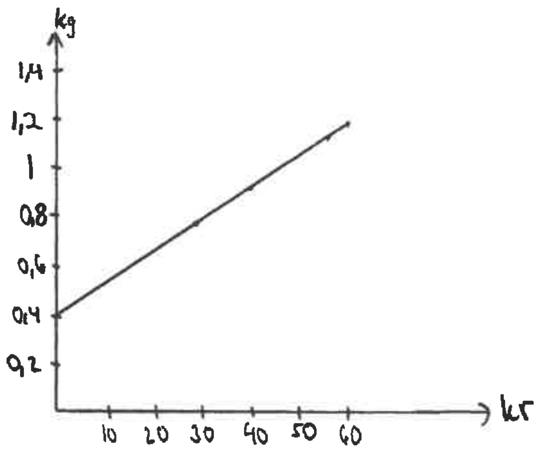
(0/0)

(0/0) eftersom skalorna på axlarna inte är korrekta.



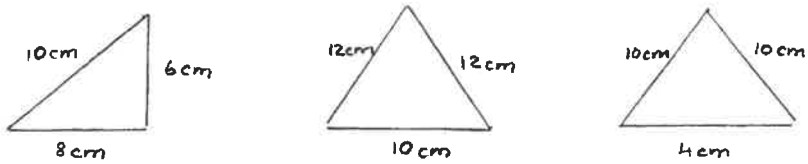
(1/0)

(1/0) eftersom skalan på y-axeln är felaktig.



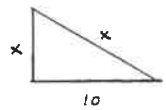
(2/0)

Jag visste inte riktigt vilken triangel jag skulle göra
så jag valde att göra flera :



(2/0)

Elevlösningen kan också innehålla någon triangel som inte passar beskrivningen.



O = 24 cm

24 − 10 = 14

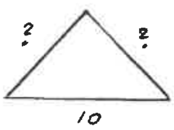
x + x = 14

Svar: De andra sidorna i triangeln kan vara :

- 10, 4
- 11, 3
- 9, 5
- 8, 6
- 7, 7
- 12, 2
- 13, 1 (och tvärtom naturligtvis)

(2/0)

(2/0) eftersom några förslag är orimliga.



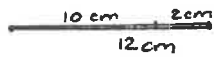
Jag vet att en triangel har tre sidor och att en av dem är 10 cm.
Omkretsen ska vara 24 cm i det här fallet.
Då återstår två sidor som tillsammans är 14 cm
De kan då vara 7 och 7 , 6 och 8 , 5 och 9 , 4 och 10 eller 3 och 11 .

(2/1)

En sida är 10 cm och de två övriga sidornas längder är tillsammans 14 cm.

Om man mäter med linjal kan man se att en av sidorna måste vara mindre än 12 cm och en sida större än 2 cm.

Gränsen går alltså vid 12 cm då strecket är helt parallellt med sidan som är 10 cm

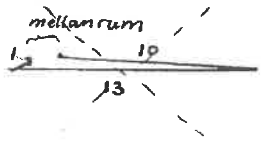


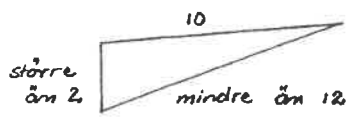
(2/2) ¤

¤ analyserar, bedömer rimlighet och för matematiskt resonemang.

En av de tre sidorna är 10, därför kan vi dra bort 10 från 24 för att veta vad summan av de resterande sidorna är. $24-10=14$

Eftersom triangelns hörn måste vara slutna så måste sidorna vara större än 2 och mindre än 12, annars kommer det inte bli en hel triangel.





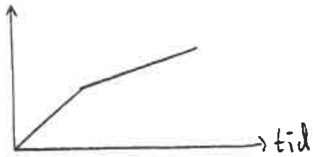
Summan av de övriga två sidorna måste bli 14.
Sidorna måste vara längre än 2 och kortare än 12.

(2/2) ¤

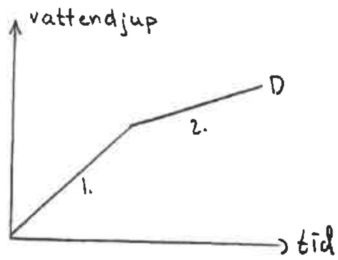
¤ analyserar, bedömer rimlighet och för matematiskt resonemang.

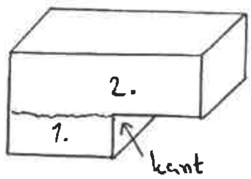
Bedömda elevarbeten till uppgift 7 c

Först ökar vattnet snabbt men saktar sedan ner



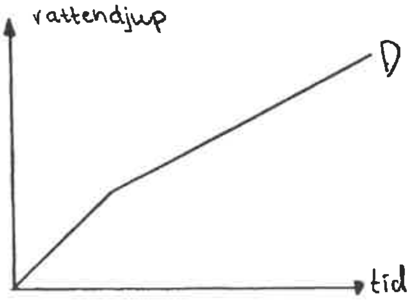
(0/2)





Först fylls djupaste delen av bassängen på en viss tid. se 1
Tiden beror på arean.
Men när vattnet kommer över kanten blir arean mycket större
och då tar det längre tid för vattnet har ju hela tiden samma
hastighet

¤ analyserar och redovisar en klar tankegång. (0/2) ¤



Svar:

Första delen av bassängen fylls dubbelt så snabbt som den
grundare delen.
Det tar dubbelt så lång tid för den grundare delen av
bassängen att fyllas än för den djupare. (0/2) ¤

¤ utvecklar problemet och för matematiskt resonemang kring tid.

Bedömda elevarbeten till uppgift 9 c

Formel A		Formel B	
6 månader	– 4mg	0,5 år	– 4mg
12 månader	– 8mg	1 år	– 7,7mg
120 — " —	– 80mg	10 år	– 45,5mg

Svar: Vid åldern 6 månader får de samma dos.

Jag fick fram svaret i min värdetabell

$$\frac{a \cdot 100}{150} = \frac{c \cdot 100}{c + 12}$$

$$\frac{6 \cdot 100}{150} = \frac{50}{12,5}$$

(0/1)

Formel A $b = \frac{a \cdot v}{150}$ $a = 12 \cdot c$

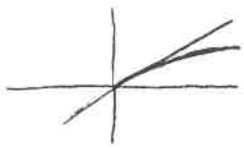
$b = \frac{12c \cdot v}{150}$

c måste multipliceras med 12 för att få fram månader.

Formel B $b = \frac{c \cdot v}{c + 12}$

(0/1)

Med hjälp av grafräknaren så skrev jag in dessa formler. Den punkten de träffas i den ålder har Formel A och B samma dosmängd. Men enda gången de korsar varandra är genom origo, alltså när de är 0 år gamla.



De har aldrig samma dos

(0/1)

Ett försök till generell lösning.

Formlerna ger samma dos när barnet är 0,5 år gammalt.
Formel A ger högre dos alltså måste barnet vara ungt om A och B ska ge samma resultat. För B kommer alltid vara lägre än A ju äldre barnet blir.
Vid 1,5 år ger A 12 mg och B 11 mg alltså måste barnet vara yngre än 1,5 år eftersom A redan är högre.
Vid 1 år ger de resultaten 8 mg och 7,7 mg och vid 0,5 år 4 mg och 4 mg. (0/1) ¤

¤ analyserar, tolkar resultat och redovisar en klar tankegång.

$$\frac{a \cdot 100}{150} = \frac{\left(\frac{a}{12}\right) \cdot 100}{\left(\frac{a}{12}\right) + 12}$$

$$150 \cdot \left(\frac{\frac{a}{12} \cdot 100}{\frac{a}{12} + 12} \right) = a \cdot 100$$

$$1{,}5 \cdot \left(\frac{\frac{a}{12} \cdot 100}{\frac{a}{12} + 12} \right) = a$$

$$\frac{1{,}5 \cdot \left(\frac{a}{12}\right) \cdot 100}{\frac{a}{12} + 12} = a$$

$$1{,}5 \cdot \left(\frac{a}{12}\right) \cdot 100 = a\left(\frac{a}{12} + 12\right)$$

$$12{,}5\,a = \frac{a^2}{12} + 12a$$

$$0{,}5\,a = \frac{a^2}{12}$$

$$6a = a^2$$

$$6 = a$$

Svar: När barnet är 6 månader gammalt eller 0,5 år. (0/2) ¤

¤ visar generell metod och korrekt matematiskt språk.

Bedömningsanvisningar uppgift 10 (Max 5/4) ¤

För att underlätta en likvärdig bedömning av elevernas arbeten med uppgift 10 har en uppgiftsspecifik bedömningsmatris utvecklats. Matrisen fyller två syften. Den ger information om vad som bedöms i en elevs redovisning. Dessutom kan man med hjälp av den omsätta bedömningen till olika kvalitativa poäng. Den uppgiftsspecifika matrisen bygger på den generella matrisen (se bilaga 1). Efter den uppgiftsspecifika matrisen visas ett antal autentiska elevarbeten (sid 15–21) som är bedömda med matrisen. Elevarbetena är avskrivna för att vara mer lättlästa.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris till uppgift 10

<table>
<tr><th rowspan="2">Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer</th></tr>
<tr><th colspan="4">Lägre ⟶ Högre</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande

I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven gör några beräkningar på talföljder med differensen ett
eller
utför beräkningar för talföljder med olika differenser.

(1/0)</td><td colspan="2">Eleven gör några beräkningar på talföljder med differensen ett
och
utför beräkningar för talföljder med olika differenser.

(2/0)</td><td>Eleven använder metod som är lämplig för generell lösning.

(2/1)</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang

Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td>Eleven drar rimlig slutsats utifrån några talföljder.

(1/0)</td><td colspan="2">Eleven inser att det finns ett samband mellan differensen i talföljden och skillnaden mellan produkterna.
Eleven inser att den skillnaden är kvadraten på differensen.

(2/0) (2/1)</td><td>Elevens slutsatser bygger på generellt resonemang med algebraiska uttryck.

(2/2)</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk

Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2">Redovisningen är möjlig att följa men omfattar endast delar av problemet.

(1/0)</td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och innehåller algebraiska uttryck.

(1/1)</td></tr>
</table>

Här följer bedömda elevarbeten till uppgift10.

Elevarbete A

8, 9, 10 $\quad 8 \cdot 10 = 80 \quad 9 \cdot 9 = 81$

Om man tar mindre tal än detta så blir svaret mindre

Mellan 8·10 och 9·9 så är skillnaden 1.

10, 12, 14 $\quad 10 \cdot 14 = 140 \quad 12 \cdot 12 = 144$

Talet blev större om man tog högre tal att gångra med.

Skillnaden mellan 10·14 och 12·12 är 4

20, 24, 28 $\quad 20 \cdot 28 = 560 \quad 24 \cdot 24 = 576$

Om man tar och jämför talen 20·28 som blir 560

och 24·24 som blir 576 så är skillnaden mellan

talen 16.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		1/0
Matematiska resonemang		1/0
Redovisning och matematiskt språk		1/0
	Summa	3/0

Elevarbete B

Talen är 12, 13 och 14   dvs   x, y och z

$12 \cdot 14 = 168$ $13 \cdot 13 = 169$

När man multiplicerar det mellersta talet med sig själv blir svaret lika mycket som svaret på multiplikationen mellan det lägsta och högsta talet plus 1.

Talen är 33, 36 och 39

$33 \cdot 39 = 1287$ $36 \cdot 36 = 1296$

När man multiplicerar det mellersta talet med sig själv så blir svaret lika mycket som svaret mellan det lägsta och högsta talet 9, därför att skillnaden är 3 mellan talen.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		1/0
Matematiska resonemang		2/0
Redovisning och matematiskt språk		1/0
	Summa	4/0

Elevarbete C

3, 4, 5

3 · 5 = 15

4 · 4 = 16

7 · 8 · 9

7 · 9 = 63

8 · 8 = 64

Resultatet skiljer alltid uträkningen med 1, eftersom 1·1 blir 1

2, 4, 6

2 · 6 = 12

4 · 4 = 16

Eftersom det är 2 hopp mellan talen blir skillnaden 2·2 = 4

3, 6, 9

3 · 9 = 27

6 · 6 = 36

Medan här är hoppet 3 mellan talen alltså blir skillnaden 3·3 = 9

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		2/0
Matematiska resonemang		2/1
Redovisning och matematiskt språk		1/0
	Summa	5/1

Elevarbete D

10, 11, 12 $\quad 10 \cdot 12 = 120 \quad 11 \cdot 11 = 121$

25, 26, 27 $\quad 25 \cdot 27 = 675 \quad 26 \cdot 26 = 676$

33, 34, 35 $\quad 33 \cdot 35 = 1155 \quad 34 \cdot 34 = 1156$

Om man multiplicerar det minsta och det största talet av tre heltal som kommer i direkt följd efter varandra blir resultatet ett tal mindre än om man multiplicerar det mellersta talet med sig själv.

$x, y, z \qquad x \cdot z = y^2 - 1$

30, 33, 36 $\quad 30 \cdot 36 = 1080 \quad 33 \cdot 33 = 1089 \quad 9$

2, 4, 6 $\quad 2 \cdot 6 = 12 \quad 4 \cdot 4 = 16 \quad 4$

5, 9, 13 $\quad 5 \cdot 13 = 65 \quad 9 \cdot 9 = 81 \quad 16$

$0 + 1 = 1$

$1 + 3 = 4$

$4 + 5 = 9$

$9 + 7 = 16$

$16 + 9 = 25$?

Om mönstret följs borde det största och minsta talet multiplicerat med varandra vara 25 mindre än mellantalet upphöjt till 2.

5, 10, 15 $\quad 5 \cdot 15 = 75 \quad 10 \cdot 10 = 100 \quad 100 - 75 = 25$

Tre tal som följer varandra följer formeln

x, y, z

$(z - y)^2 = y \cdot y - x \cdot z$

Bedömning

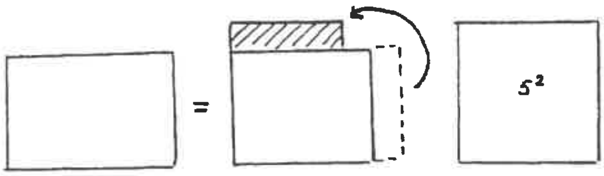
	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		2/0
Matematiska resonemang		2/1
Redovisning och matematiskt språk		1/1
	Summa	5/2

Elevarbete E

6, 7, 8 $\quad 6 \cdot 8 = 48 \quad 7^2 = 49$

4, 5, 6 $\quad 4 \cdot 6 = 24 \quad 5 \cdot 5 = 25$

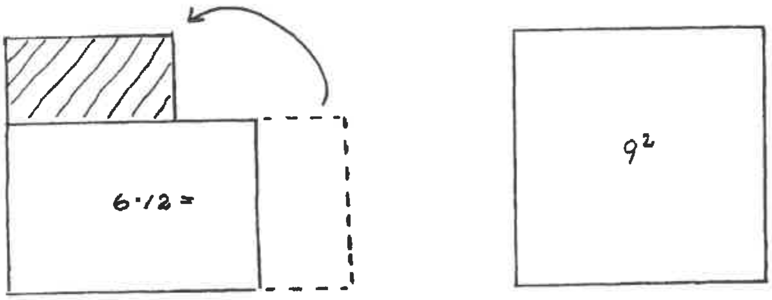
4, 5, 6 → $4 \cdot 6 =$



Då tre följande heltal multipliceras som ovan kommer det mellersta talet bli 1 större.

6, 8, 10 $\quad 6 \cdot 10 = 60 \quad 8^2 = 64$

6, 9, 12 $\quad 6 \cdot 12 = 72 \quad 9^2 = 81$



När man tar 3 tal som följer varandra på ett visst sätt och multiplicerar dom som ovan, kommer talet som multipliceras med sig själv vara lika mycket större som kvadraten på talhoppen

Ex 5, 10, 15 $\quad 5 \cdot 15 = 75 \quad 10^2 = 100$

↑ ↑ $\quad \text{Talhopp}^2 = 25$

Talhopp = 5

Vilket ju var skillnaden mellan 5·15 och 10·10

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		2/1
Matematiska resonemang		2/1
Redovisning och matematiskt språk		1/0
	Summa	5/2 ¤

¤ använder generell metod och matematiskt resonemang.

Elevarbete F

$\begin{cases} 3, 4, 5 \\ \text{Minst och störst} \quad 3 \cdot 5 = 15 \qquad 16 - 15 = 1 \\ \text{Mellerst}: \ 4 \cdot 4 = 16 \end{cases}$

$\begin{cases} 8, 9, 10 \\ 8 \cdot 10 = 80 \qquad 81 - 80 = 1 \\ 9 \cdot 9 = 81 \end{cases}$

$\begin{cases} 20, 21, 22 \\ 20 \cdot 22 = 440 \qquad 441 - 440 = 1 \\ 21 \cdot 21 = 441 \end{cases}$

Då man multiplicerar de mellersta talet med sig själv så blir det ett mer än om man multiplicerar det minsta med det största.

Man kan döpa det första talet till x. Andra talet blir då $(x+1)$ o. tredje blir $(x+2)$

$x, (x+1), (x+2)$
Minsta med största $x(x+2) = x^2 + 2x$
Mellersta: $(x+1)(x+1) = x^2 + 2x + 1$
Skillnad: $x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 2x) = 1$

$\begin{cases} 4, 6, 8 \\ 4 \cdot 8 = 32 \qquad 36 - 32 = 4 \\ 6 \cdot 6 = 36 \end{cases}$

$\begin{cases} 6, 8, 10 \\ 6 \cdot 10 = 60 \qquad 64 - 60 = 4 \\ 8 \cdot 8 = 64 \end{cases}$

Multiplicerar man det mellersta talet med sig själv blir produkten 4 mer än om man multiplicerar det minsta med det största

Talen kan skrivas $x, (x+2), (x+4)$
Mellersta: $(x+2)(x+2) = x^2 + 4x + 4$
Minsta med största: $x(x+4) = x^2 + 4x$
Skillnad: $x^2 + 4x + 4 - (x^2 + 4x) = 4$

$\begin{cases} 6, 9, 12 \\ 6 \cdot 12 = 72 \qquad 81 - 72 = 9 \\ 9 \cdot 9 = 81 \end{cases}$

$\begin{cases} 2, 5, 8 \\ 2 \cdot 8 = 16 \qquad 25 - 16 = 9 \\ 5 \cdot 5 = 25 \end{cases}$

Här blir produkten 9 mer när man multiplicerar det mellersta med sig själv.

$x, (x+3), (x+6)$
$x(x+6) = x^2 + 6x$
$(x+3)(x+3) = x^2 + 6x + 9$
$x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 6x) = 9$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		2/1
Matematiska resonemang		1/1*
Redovisning och matematiskt språk		1/1
	Summa	4/3 ¤

* Elevarbetet har bedömts med 1/1 ur aspekten Matematiska resonemang, därför att eleven inte kommenterar sambandet mellan differensen i talföljden och skillnaden mellan produkterna.

¤ använder generell metod och redovisar med korrekt matematiskt språk.

Elevarbete G

3, 4, 5 $\quad 3 \cdot 5 = 15 \quad x\,(x+1)(x+2) \quad x \cdot (x+2) = x^2 + 2x$

$4 \cdot 4 = 16 \quad (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

Kvadraten av det mittersta talet kommer att vara +1 större än produkten av första och sista talet i tre på varandra följande tal.

6, 8, 10

$x,\ (x+2),\ (x+4) \quad x\,(x+4) = x^2 + 4x \quad (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

Kvadraten av det mittersta talet kommer att vara större med kvadraten på differensen mellan två på varandra följande tal, än produkten av det första och det sista talet. För att det ska gälla måste alla tre talen ökar i värde lika mycket.

6, 9, 12 $\quad 6 \cdot 12 = 72 \quad x,\ (x+3),\ (x+6) \quad x\,(x+6) = x^2 + 6x$

$9^2 = 81 \quad (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

$12 - 9 = 3 \quad (x+6) - (x+3) = 3$

$3^2 = 9 \quad 3^2 = 9$

$72 + 9 = 81 \quad (x^2 + 6x) + 9 = (x+3)^2$

Det spelar ingen roll hur stor skillnad det är mellan talen så länge sambandet gäller.

tal 1	tal 2	tal 3
x	$x+y$	$x+2y$

$\text{tal 1} \cdot \text{tal 3} = x \cdot (x+2y) = x^2 + 2xy$

$(\text{tal 2})^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande		2/1
Matematiska resonemang		2/2
Redovisning och matematiskt språk		1/1
	Summa	5/4 ¤

¤ utvecklar problemet, använder generell metod och redovisar med korrekt matematiskt språk.

Kravgränser

Maxpoäng
Detta prov kan ge maximalt 61 poäng varav 27 vg-poäng.

Provbetyget Godkänd
För att få provbetyget Godkänd ska eleven ha erhållit minst 20 poäng.

Provbetyget Väl godkänd
För att få provbetyget Väl godkänd ska eleven ha erhållit minst 36 poäng varav minst 12 vg-poäng.

MVG-kvalitet
På de ¤-märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven
- utvecklar problemet och använder generella metoder, modeller och matematiska resonemang (uppgift 5, 7 c, 9 c och 10)
- värderar och jämför olika metoder (uppgift 8)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser och bedömer deras rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 5, 7 c, 8, 9 c och 10)
- genomför skriftligt ett matematiskt bevis (uppgift 10)
- redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk (uppgift 5, 7 c, 9 c och 10).

Provbetyget Mycket väl godkänd
För att få provbetyget Mycket väl godkänd ska eleven, utöver kraven för Väl godkänd, ha visat flera av ovanstående MVG-kvaliteter i minst två av de ¤-märkta uppgifterna. Eleven ska också ha erhållit minst 19 vg-poäng för att visa en bredd i sina matematikkunskaper.

Provsammanställning

Sammanställning över hur kursprovet berörs av mål och kriterier enligt kursplan Gy2000

Kursmål och betygskriterier finns i bilaga 3 och 4. Där framgår också den numrering av mål och kriterier som används i nedanstående sammanställningar.

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier								
			Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd				
Upp-gift nr	g-poäng	vg-poäng	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5
1	1	0		x									x								
2	1	0		x									x								
3	1	0	x	x									x		x						
4	1	0	x	x									x		x						
5	1	0					x						x								
6	1	0		x	x								x								
7	1	0		x											x						
8	1	0					x						x		x						
9	1	0		x	x	x							x								
10	0	1	x			x											x				
11	0	1		x													x			x	
12	0	1			x	x											x			x	
13	0	1							x								x				
14	0	1	x		x	x											x		x		
15	0	1						x									x				
16	0	1	x						x	x							x		x	x	
	9	7		6/1	1/3		2/0	0/3					9/0				0/7				

Tabell 2 *Kategorisering av uppgifterna i Del II*

				Kunskapsområde										**Betygskriterier**													
				Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd					Mycket väl godkänd				
Upp-gift nr	g-poäng	vg-poäng	¤	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5
1	2	0		x	x									x	x	x											
2	2	0		x				x						x		x											
3a	3	0			x								x	x	x	x											
3b	1	1				x	x							x		x		x		x							
4a	2	0						x			x	x		x													
4b	0	2		x					x		x	x						x	x	x							
4c	2	0		x	x				x	x	x	x		x		x											
5	2	2	¤	x	x	x	x			x				x		x		x	x	x			x	x	x		
6a	1	0		x				x						x													
6b	0	1		x	x			x										x	x	x							
6c	0	2		x				x			x							x		x	x						
7a	1	0							x		x			x													
7b	1	0							x		x			x	x												
7c	0	2	¤	x		x	x		x		x								x	x	x		x			x	
8	1	2	¤	x	x						x				x	x			x	x				x		x	
9a	2	0							x					x		x											
9b	0	2		x	x				x	x								x		x	x						
9c	0	2	¤	x	x				x	x	x	x						x		x	x		x	x			
10	5	4	¤	x	x					x				x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	
	25	20		4/4	8/3	3/3		4/3	5/6			1/1		25/0				0/20									

Strävansmål
Provet som helhet kan anses pröva delar av strävansmålen S1–S6 och S8 (se bilaga 2). Uppgift 8 och 10 i Del II prövar speciellt delar av strävansmålen S4–S6.

Generell bedömningsmatris

Matrisen nedan bygger på betygskriterierna 2000 och är tänkt att kunna användas vid olika situationer för bedömning av matematikkunskaper, t ex vid bedömning av muntliga prestationer, bedömning av projektarbeten och bedömning av den mer omfattande uppgiften som finns i alla kursprov. Matrisen kan inte betraktas som färdigutvecklad och provinstitutionerna tar gärna emot konstruktiva idéer och förslag på förbättringar. Kontaktpersoner är:

Kurs A: Gunilla Olofsson, PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm
tel: 08-737 56 80, e-post: gunilla.olofsson@lhs.se
Kurs B–E: Peter Nyström, Enheten för pedagogiska mätningar, Umeå universitet
tel: 090-786 99 49, e-post: peter.nystrom@edmeas.umu.se

Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer**		
	Lägre →		**Högre**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.*	Eleven löser uppgifter eller deluppgifter av enkel rutinkaraktär och visar därmed grundläggande förståelse för begrepp, metoder och procedurer.	Eleven löser uppgifter av olika karaktär och visar därmed god förståelse för begrepp, metoder och procedurer samt säkerhet i beräkningar.	Eleven kan utveckla problem och använder lämpliga procedurer.
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.		Eleven gör matematiska tolkningar av situationer och använder matematiska modeller.	Eleven kan använda generella metoder och modeller vid problemlösning.
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.*	Eleven följer och förstår matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.	Eleven genomför logiska matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.	Eleven tar del av andras argument och framför utifrån dessa egna matematiskt grundade idéer. Eleven värderar och jämför olika metoder samt analyserar och tolkar resultaten från olika typer av matematisk problemlösning.
	Eleven drar slutsatser utifrån prövning i ett eller ett fåtal fall.	Eleven drar slutsatser utifrån ett större antal och/eller väl valda fall.	Eleven drar slutsatser från generella resonemang och kan genomföra härledningar och matematiska bevis.
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*	Redovisningen är möjlig att förstå och följa även om det matematiska språket är torftigt och ibland felaktigt.	Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.	Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt.

Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

S1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

S2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

S3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

S4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

S5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

S6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

S7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

S8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

S9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

S10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000

Eleven skall

A1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning,

A10. känna till hur matematiken påverkar vår kultur när det gäller till exempel arkitektur, formgivning, musik eller konst samt hur matematikens modeller kan beskriva förlopp och former i naturen,

Aritmetik

A2. ha fördjupat och vidgat sin taluppfattning till att omfatta reella tal skrivna på olika sätt, med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning,

Geometri

A3. ha fördjupat kunskaperna om geometriska begrepp och kunna tillämpa dem i vardagssituationer och i studieinriktningens övriga ämnen,

A4. vara så förtrogen med grundläggande geometriska satser och resonemang att hon eller han förstår och kan använda begreppen och tankegångarna vid problemlösning,

Statistik

A5. kunna tolka, kritiskt granska och med omdöme åskådliggöra statistiska data samt kunna tolka och använda vanligt förekommande lägesmått,

Algebra och funktionslära

A6. kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen,

A7. kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel,

A8. kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle,

Tekniska hjälpmedel

A9. ha vana att vid problemlösning använda dator och grafritande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.

Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.

G2. Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

G3. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.

G4. Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.

V2. Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

V3. Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.

V4. Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.

V5. Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1. Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

M2. Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.

M3. Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.

M4. Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.

M5. Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

PRIM
gruppen

Lärarhögskolan i Stockholm
Box 34103, 100 26 Stockholm
E-post: prim-gruppen@lhs.se
Internet: www.lhs.se/prim/